

Uma investigação sobre a utilização da função quadrática na representação de situações reais.

An investigation into the use of the quadratic function in representing real situations.

Carlos Kleber Alves do Nascimento

RESUMO

A função quadrática é um conteúdo do Ensino Médio bastante explorado nos livros didáticos para representar diversas situações, mas percebe-se que, em geral, o modelo matemático já é exposto, restando ao estudante simplesmente o procedimento mecânico de determinar valores a partir de expressões algébricas, como a imagem da função, as raízes reais, caso existam, as coordenadas do vértice e assim por diante. Este artigo pretende contribuir para uma questão importante no aprendizado dos estudantes sobre o tema: Dada uma situação real, quando uma função quadrática pode ser considerada um bom modelo para representá-la?

Dessa forma, este artigo investiga essa questão a partir da análise de dados e situações contextualizadas. Inicialmente foi analisada três situações, uma idealizada em que o modelo representa exatamente a situação real; uma baseada em dados experimentais onde a partir da observação dos dados busca-se identificar uma função quadrática para representá-los e investiga-se até que ponto essa modelagem pode representar adequadamente essa situação; e, finalmente, um exemplo em que a função quadrática não é adequada. Tal investigação utiliza tabelas, comparação entre valores e procedimentos algébricos, representações gráficas e alguns recursos computacionais a fim de construir e comparar modelos. Assim, os resultados permitem que os estudantes percebam que o formato do gráfico ou a possibilidade de encontrar uma função que se aproxime dos dados

podem não ser suficientes para representar a realidade adequadamente, mas deve-se levar em consideração o contexto observado, o intervalo analisado e o objetivo da modelagem em questão. Nessa abordagem, o estudante deixa de apenas aplicar uma fórmula pré determinada por um modelo, mas também investiga, testa e participa da investigação de sua validade, fomentando uma aprendizagem mais crítica e participativa.

Palavras-chave: Função quadrática, modelagem matemática, investigação matemática, Ensino Médio, modelo matemático.

ABSTRACT

The quadratic function is a topic in high school curriculum that is frequently explored in textbooks to represent various situations, but it is noticeable that, in general, the mathematical model is already presented, leaving the student simply with the mechanical procedure of determining values from algebraic expressions, such as the image of the function, the real roots, if they exist, the coordinates of the vertex, and so on. This article aims to contribute to an important question in students' learning on the subject: Given a real-world situation, when can a quadratic function be considered a good model to represent it?

Therefore, this article investigates this question through the analysis of data and contextualized situations. Initially, three situations were analyzed: one idealized, where the model exactly represents the real-situation; one based on experimental data, where, through observation of the data, a quadratic function is identified to represent it, and the extent to which this modeling can adequately represent the situation is investigated; and finally, an example where the quadratic function is not adequate. This type of investigation uses tables, comparisons between values and algebraic procedures, graphical representations, and some computational resources to build and compare models. Thus, the results allow students to understand that the format of the graph or the possibility of finding a function that approximates the data may not be sufficient to adequately represent reality; rather, the observed context, the analyzed interval, and the objective of the modeling in question must be taken into consideration. In this approach, the student goes beyond simply applying a formula predetermined by a model, but also investigates, tests, and participates in the investigation of its validity, fostering more critical and participatory learning.

Keywords: Quadratic function, mathematical modeling, mathematical investigation, high school, mathematical model.

1 INTRODUÇÃO

Dentre os diferentes tipos de funções estudadas no Ensino Médio, destaca-se a função quadrática, geralmente apresentada aos estudantes na forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ com } a, b, c \text{ reais e } a \neq 0$$

Assim, seu estudo, por vezes, fica limitado à determinação das raízes da função por meio da fórmula de Bhaskara, ao cálculo das coordenadas do vértice, à análise da concavidade da parábola e à sua representação gráfica, entre outros procedimentos que podem ser importantes na resolução de problemas contextualizados, principalmente em situações que podem ser representadas por parábolas.

Entretanto, podemos levantar uma questão que consideramos relevante para uma compreensão mais ampla do tema:

Quando uma função quadrática é considerada adequada para representar uma situação real?

Percebe-se que, em muitos problemas escolares, essa questão não é apresentada. A função já é previamente apresentada ao aluno, sem que ele investigue se o modelo matemático é compatível com o comportamento observado. Nesse sentido, a modelagem matemática pode constituir uma ferramenta adequada para essa discussão. Assim, em vez de fornecer explicitamente a função para resolver um problema, pode-se apresentar ao aluno uma situação na qual ele possa observar os dados, construir representações gráficas, identificar possíveis padrões, formular hipóteses, construir um modelo e compará-lo com os dados iniciais, a fim de decidir se a representação é adequada para a situação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece, na habilidade **EM13MAT302**, a construção de modelos empregando funções polinomiais de 1º ou 2º graus para resolver problemas reais em diversos contextos, com ou sem o uso de tecnologias digitais (BRASIL, 2018).

Assim, este artigo investiga a seguinte questão:

Quando uma função quadrática é um bom modelo para representar uma situação real?

Para isso, são analisadas três situações distintas. Na primeira, o modelo representa exatamente a situação considerada; na segunda, são utilizados dados experimentais, a partir dos quais se busca identificar uma função quadrática e investigar até que ponto essa modelagem pode representar adequadamente a situação; e, na terceira, é analisada uma situação em que a função quadrática não é adequada.

Didaticamente, não se pretende apenas apresentar uma abordagem para determinar se uma função é ou não um bom modelo, mas, sobretudo, propor aos estudantes do Ensino Médio uma abordagem que lhes permita compreender que **a escolha de um modelo matemático também faz parte do processo de investigação.**

2 A função quadrática como modelo matemático

Uma função quadrática é uma expressão da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c ,$$

com a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. O gráfico de uma função quadrática é uma parábola cuja concavidade depende do sinal do coeficiente a . Se $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima; se $a < 0$, para baixo.

A função quadrática, quando utilizada como modelo matemático, não deve ser vista apenas como um objeto matemático isolado, mas como uma representação que pode ser utilizada para descrever uma relação entre grandezas. Suponha, por exemplo, que, em determinada situação, x represente o tempo e y a altura de um objeto. A função

$$h(x) = ax^2 + bx + c$$

pode ser utilizada para representar a altura $y = h(x)$ do objeto em função do tempo x .

Percebe-se que, em uma situação contextualizada, os símbolos possuem significados relacionados ao fenômeno estudado. Além disso, o domínio da função precisa ser interpretado de acordo com o contexto, não sendo necessariamente adequado considerar todos os números reais. Se x representa o tempo, por exemplo, dependendo da situação analisada, valores negativos podem não possuir significado. Dessa forma, deve-se considerar o intervalo em que o modelo possui validade e significado para o fenômeno estudado.

É importante destacar que o fenômeno é diferente de sua representação. O modelo matemático constitui uma representação simplificada da realidade, construída com determinada finalidade. Dessa forma, uma função pode representar adequadamente alguns aspectos de um fenômeno sem necessariamente descrevê-lo em sua totalidade

FENÔMENO REAL $\neq$ MODELO MATEMÁTICO
--

Assim, ao usar uma função quadrática como modelo matemático, deve-se considerar pelo menos três fatores:

- **O modelo matemático representa adequadamente os dados observados?**
- **As características da função fazem sentido para a situação?**
- **O modelo pode ser considerado válido em que intervalo?**

Essas questões serão utilizadas nos estudos de caso a seguir

3 Investigando a adequação de um modelo quadrático

Dada uma situação real, a análise dos dados pode nos fornecer pistas sobre qual o tipo de função que melhor representa a situação. Em uma função quadrática quando os valores de $f(x)$ estão igualmente espaçados, uma característica importante pode ser observada na diferença desses valores. Considere, por exemplo, a sequência:

2, 7, 10, 11, 10, 7, 2

Calculando as primeiras diferenças temos:

5, 3, 1, - 1, - 3, - 5

As segundas diferenças são

- 2, - 2, - 2, - 2, - 2

Como as segundas diferenças são constantes, isso indica que o comportamento quadrático. Realmente, para uma função $f(x) = ax^2 + bx + c$, quando os valores de x aumentam em intervalos iguais, é possível provar que as segundas diferenças são constantes. Essa característica da função quadrática pode ser usada como uma primeira ferramenta de investigação, todavia, no caso de dados oriundos de medições, são esperadas pequenas variações, de modo que a análise não deve depender exclusivamente da constância exata das diferenças. A partir dessa perspectiva, serão apresentados três casos.

3.1 Primeiro caso: um comportamento quadrático idealizado

Considere a função $h(t) = -t^2 + 6t + 2$. Suponha que t e $h(t)$ representem o tempo e a altura, respectivamente, de um objeto em uma situação idealizada. Os valores correspondentes são:

t	$h(t)$
0	2
1	7
2	10
3	11
4	10
5	7
6	2

As segundas diferenças são constantes:

$$-2, -2, -2, -2, -2$$

Em particular, como os dados foram produzidos diretamente da função quadrática, então o modelo representa exatamente a situação considerada. O vértice da parábola é dado por:

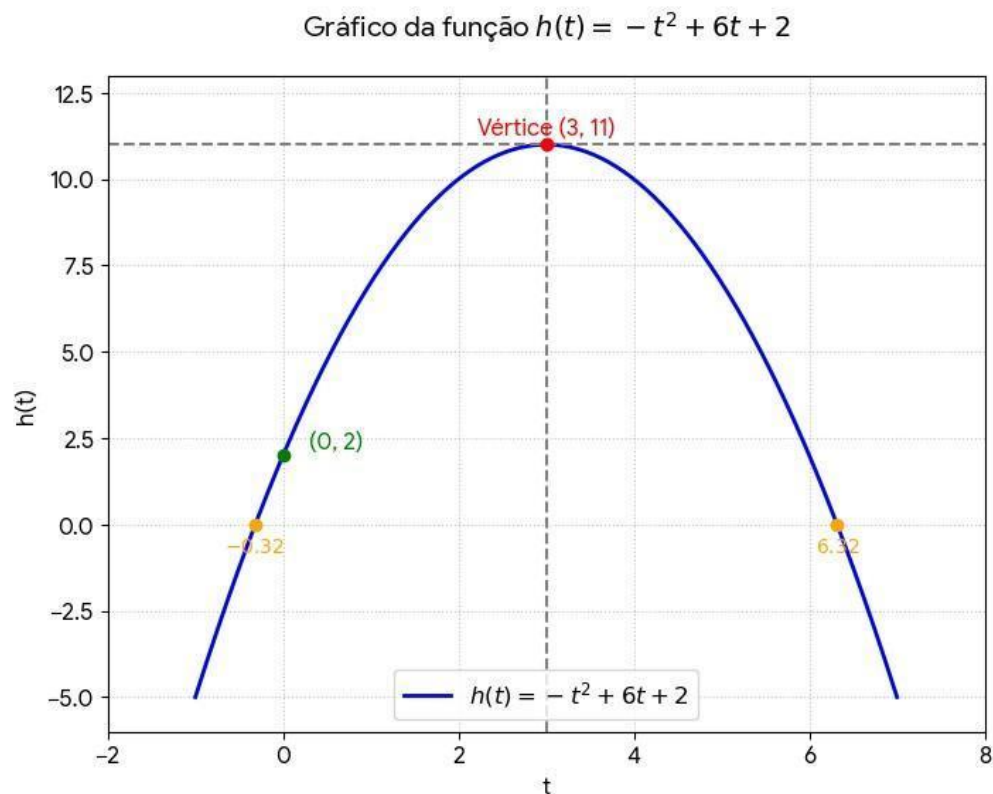
$$t_v = -\frac{b}{2a}$$

Como $a = -1$ e $b = 6$, temos que:

$$t_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2(-1)} = 3$$

$$h(3) = -(3)^2 + 6 \cdot 3 + 2 = 11$$

Portanto, o ponto máximo é $V(3,11)$. Construindo o gráfico da função quadrática, temos:



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Verifica-se neste primeiro caso uma característica importante que precisa ser destacada: os dados não são experimentais. Trata-se de uma função idealizada, construída da própria função. Esquematicamente,

situação idealizada $\rightarrow$ modelo quadrático exato

A discussão pode ficar mais interessante quando consideramos dados não produzidos diretamente da função quadrática.

3.2 Segundo caso: dados experimentais e aproximação quadrática

Considere o seguinte conjunto de dados experimentais, obtidos a partir do acompanhamento, por fotografia em stop-motion, da trajetória de um balão de água lançado por uma catapulta:

Distância horizontal (x) (m)	Altura (y) (m)
0	0,0
6	11,6
12	20,4
18	26,4
24	29,5
30	29,7
36	27,1
42	21,6
48	13,3
54	2,1

Fonte: Math 10D Unit 3 – Graphs of Quadratic Relations.

Nesse caso, não foi fornecida nenhuma expressão algébrica. O primeiro passo consiste em observar os dados e representá-los graficamente. A distribuição dos pontos apresenta comportamento semelhante a de uma parábola, com concavidade voltada para baixo. Surge a hipótese:

Um modelo quadrático pode representar adequadamente esses dados?

Usando um ajuste quadrático, obtém-se aproximadamente:

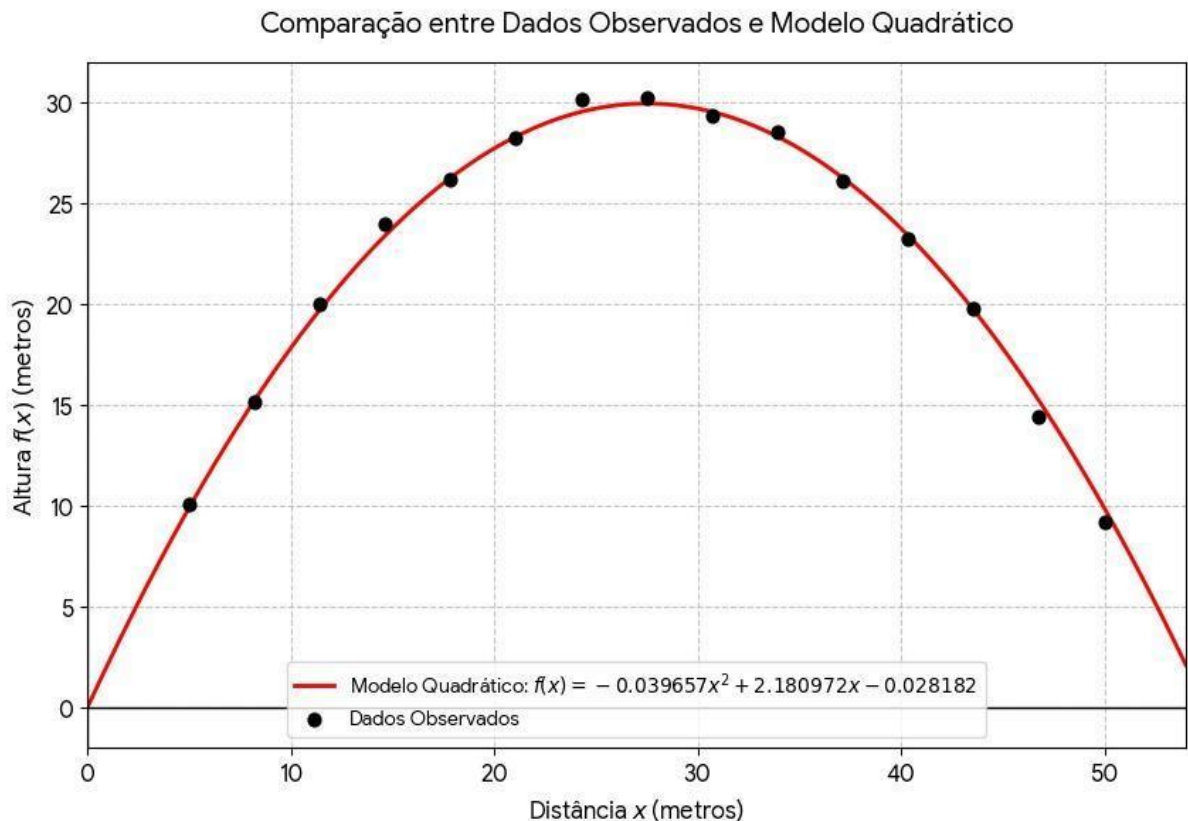
$$f(x) = - 0,039657x^2 + 2,180972x - 0,028182$$

A comparação entre os valores observados e os valores previstos pelo modelo é apresentado a seguir:

Distância horizontal (x) (m)	Observado	Modelo
0	0,0	-0,03
6	11,6	11,63
12	20,4	20,43
18	26,4	26,38
24	29,5	29,47
30	29,7	29,71
36	27,1	27,09
42	21,6	21,62
48	13,3	13,29
54	2,1	2,10

Fonte: Adaptado de Math 10D Unit 3 – Graphs of Quadratic Relations.

Construindo o gráfico dos **valores observados x modelo matemático**:



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Verifica-se que os valores observados estão muito próximos dos valores produzidos pelo modelo. O maior afastamento entre os valores da tabela é pequeno, e o coeficiente de determinação do ajuste é aproximadamente $R^2 \approx 0,999996$. Esse resultado indica uma elevada aderência do modelo ao conjunto de dados analisado. Contudo, é necessário interpretar corretamente essa informação: O resultado não significa que a situação real seja necessariamente governada por uma função quadrática. Significa que, no conjunto de dados analisados, a função quadrática fornece uma representação muito próxima dos valores observados. Enquanto no primeiro caso tínhamos um modelo exato, no segundo, temos um modelo aproximado, construído a partir dos dados observados.

3.2.1 O que podemos obter com o modelo?

Uma vez obtida a função quadrática

$$f(x) = -0,039657x^2 + 2,180972x - 0,028182$$

podemos encontrar aproximadamente a posição do seu vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2,180972}{2 \cdot (-0,039657)} \approx 27,50$$

Substituindo na função:

$$f(27,50) \approx -0,039657 \cdot (27,5)^2 + 2,180972 \cdot (27,5) - 0,028182 \approx 29,96$$

O modelo indica, portanto, uma altura aproximada de **29,96 m** para $x \approx 27,50$ m.

Observe que o maior valor registrado na tabela é de 29,7m e ocorre em $x = 30$ m. Assim, o modelo permite estimar uma posição de máximo entre os pontos observados. Esse procedimento corresponde a uma interpolação, pois estamos analisando um valor situado dentro do intervalo dos dados. Isso ocorre porque uma função pode fornecer valores matematicamente válidos para um domínio amplo, mas o fenômeno representado pode não permanecer com o mesmo comportamento. Assim,

domínio da função $\neq$ necessariamente domínio do fenômeno

3.3 Terceiro caso: quando a função quadrática não é adequada

Para compreender a importância da escolha do modelo, considere agora os dados:

(x)	(y)
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Neste caso, observa-se um padrão bastante diferente, cada valor de y é o dobro do anterior:

1, 2, 4, 8, 16, 32

Isso sugere o modelo:

$$f(x) = 2^x$$

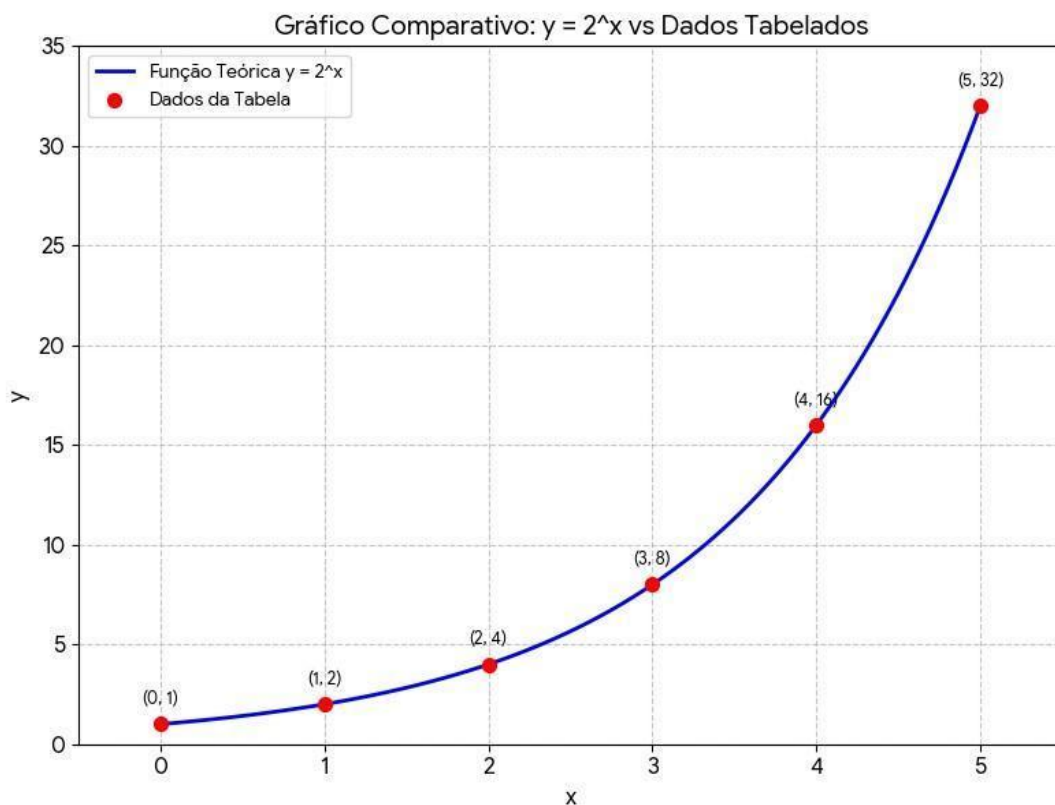
De fato,

$$2^0 = 1 \quad 2^1 = 2$$

$$2^2 = 4 \quad 2^3 = 8$$

$$2^4 = 16 \quad 2^5 = 32$$

Construindo o gráfico dos dados da tabela x modelo sugerido:



Fonte: Elaborado pelo autor (2026)

Portanto, a função exponencial representa exatamente os dados. Seria possível procurar uma função quadrática que se aproximasse de alguns desses pontos. Entretanto, essa não seria a escolha mais coerente com o comportamento

observado. Esse exemplo mostra que nem sempre a função quadrática será o modelo matemático mais adequado para representar determinadas situações. Esse exemplo mostra que não devemos escolher a função quadrática apenas porque ela é o conteúdo matemático que está sendo estudado. Essa situação é importante justamente porque mostra um resultado negativo: às vezes, a investigação nos leva a conclusão de que o modelo quadrático não é adequado.

4 DISCUSSÃO DOS TRÊS CASOS

Os três exemplos permitem estabelecer uma comparação simples:

Situação	Característica	Modelo quadrático
1	Situação idealizada	Exato
2	Dados experimentais	Aproximado
3	Crescimento exponencial	Inadequado

Essa comparação nos evidencia que a utilização da função quadrática pode assumir significados diferentes.

No primeiro exemplo, a expressão matemática descreve exatamente os dados, visto que eles foram construídos a partir dela.

No segundo caso, a função encontrada é apenas uma aproximação e sua relevância está em representar os dados com pequena margem de erro para determinado intervalo observado.

No terceiro, embora seja possível tentar construir um modelo matemático que se aproximasse de alguns dados, o comportamento deles nos indica que outro modelo é mais adequado.

Dessa forma, a investigação pode ser resumida pelo processo:

observar → formular hipóteses → construir modelo → comparar → avaliar

Essa sequência modifica a maneira clássica de abordar a função quadrática, pois permite que os estudantes primeiro utilizem os dados para investigar um possível modelo matemático e não apenas apliquem os valores de x na função quadrática.

5 IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO MÉDIO

A proposta apresentada pode contribuir para uma aprendizagem mais significativa dos estudantes, à medida que estimula a observar os dados, formular hipóteses, enfim, evidencia-se uma abordagem mais investigativa da função quadrática.

Em uma atividade tradicional, o estudante muitas vezes recebe um problema do tipo:

“Determine a função quadrática que representa a situação.”

Nesse formato de questão, o aluno apenas calcula os coeficientes da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, ou seja, o modelo já foi escolhido. Uma alternativa didaticamente mais adequada seria fornecer os dados e perguntar:

“Uma função quadrática seria um bom modelo para representar essa situação? Justifique.”

Apenas essa mudança no tratamento das situações-problema já deixaria as questões mais interessantes e adequadas didaticamente.

Para isso, o estudante precisa:

1. Observar os dados;
2. Construir uma representação gráfica;
3. Identificar possíveis padrões;
4. Formular hipóteses;
5. Construir um modelo;
6. Comparar o modelo com os dados; 7. Decidir se a representação é adequada.

Nessa abordagem, todas as habilidades básicas iniciais já adquiridas, como encontrar as raízes da função, calcular as coordenadas do vértice da parábola, a representação gráfica, dentre outras, contribuirão para a mesma investigação matemática. Além disso, apresentar problemas em que a função quadrática não é adequada possui importância pedagógica, pois pode levá-lo à conclusão de que é necessário um modelo mais adequado.

Podemos usar algumas ferramentas tecnológicas nesse processo. Recursos como o Geogebra e programas computacionais ajudam bastante na construção de gráficos, permitem fazer ajustes e comparar dados, contribuindo para uma visualização mais rápida das relações existentes, auxiliando o processo investigativo.

Contudo, a tecnologia não substitui a interpretação, ainda que o software construa um gráfico ou forneça uma equação, por exemplo, cabe ao aluno analisar essa equação e dar significado de acordo com o contexto.

6 CONCLUSÃO

O artigo teve o objetivo de trazer uma alternativa pedagógica no estudo da função quadrática. Para isso, foi levantada a questão de quando um modelo matemático pode ser considerado bom para representar uma situação real. A discussão iniciou-se através da análise de três situações distintas e permitiu observar a relação que entre a realidade e o modelo matemático pode assumir diferentes formas.

No primeiro caso, a situação idealizada foi representada exatamente pela função quadrática. No segundo, em que de acordo com os dados experimentais conseguimos obter um bom modelo aproximado. No terceiro caso, os dados apresentaram um comportamento exponencial, mostrando que a função quadrática pode não ser o modelo mais adequado.

A comparação entre casos nos faz perceber que o fato de podermos construir uma parábola não é suficiente para justificar sua utilização como modelo. É preciso analisar o comportamento dos dados, comparar os valores observados com os previstos e considerar o contexto em que a função será utilizada.

Também se verificou que um modelo pode ser adequado em um determinado intervalo, mas não necessariamente fora dele. Assim, pode não ser suficiente encontrar o modelo aproximado, mas deve-se interpretar o domínio e as limitações desse modelo. Outro aspecto importante diz respeito à utilização de tecnologias digitais. Recursos computacionais podem facilitar a construção de gráficos, a análise dos dados e a obtenção de modelos, mas não eliminam a necessidade de interpretar matematicamente os resultados.

Do ponto de vista educacional, essa perspectiva pode contribuir para modificar a abordagem da função quadrática no Ensino Médio. Em vez de apresentar ao estudante apenas situações nas quais o modelo já está determinado, pode-se propor que ele investigue qual modelo é mais adequado e justifique sua escolha.

Dessa forma, o estudo da função quadrática deixa de ser apenas o estudo de uma expressão algébrica e passa a envolver também a interpretação, a investigação e a avaliação de modelos. Assim, uma questão aparentemente simples — **“quando uma função quadrática é um bom modelo?”** — pode conduzir o estudante a uma compreensão mais ampla da própria atividade matemática.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio**. Brasília, DF: MEC, 2018. [BNCC – Ensino Médio](#)

SILVA, Lorena Gondim; FELICIO, Cinthia Maria; FERREIRA, Julio Cesar. Modelagem matemática: contributos no ensino de função quadrática na educação básica e profissional. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 8, n. 2, p. 138–156, 2021. [Artigo sobre modelagem e função quadrática](#)

MARQUES, Letícia Meneses; OLIVEIRA, Mirray Victor Lima; SILVA, Warley Gramacho da. O ensino de funções quadráticas através de recursos computacionais e modelagem matemática. **Academic Journal on Computing Engineering and Applied Mathematics**, v. 5, n. 2, 2024.