

Lógica das Proposições: uma introdução para professores

Propositional Logic: an introduction for teachers

Nelson Gomes Carnaval¹
Ricardo Nunes Machado Junior²

Resumo

Este artigo apresenta uma introdução aos principais conceitos da lógica proposicional direcionada a professores, com ênfase em sua relação com a linguagem matemática, a organização do raciocínio e a análise de argumentos. O objetivo é oferecer fundamentos que auxiliem o docente tanto na compreensão dos elementos estruturantes da lógica quanto em sua utilização consciente em situações de ensino e na resolução de questões de raciocínio lógico. O trabalho caracteriza-se como um estudo de natureza teórico-didática, organizado a partir da exposição e discussão de conceitos fundamentais, como proposições, valores lógicos, negação, conectivos, tabelas-verdade, tautologia, contradição e contingência, acompanhados de exemplos e questões comentadas de concursos anteriores. A abordagem evidencia que a sistematização desses conteúdos pode contribuir para a interpretação de enunciados, a identificação de relações lógicas e a construção de argumentos mais claros e coerentes. Conclui-se que o estudo da lógica das proposições pode constituir um recurso relevante para a formação e a prática docente, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático e ampliando a segurança do professor na abordagem desses conceitos.

Palavras-chave: Lógica proposicional; Raciocínio lógico; Ensino de Matemática; Formação de professores; Argumentação.

¹ Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) – Recife, Pernambuco, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-6504-1150>

² Ricardo Nunes Machado Junior – UFRPE. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3324-8366> - Coautor

Abstract

This article presents an introduction to the main concepts of propositional logic aimed at teachers, emphasizing its relationship with mathematical language, the organization of reasoning, and the analysis of arguments. The objective is to provide foundations that help teachers both understand the structural elements of logic and use them consciously in teaching situations and in solving logical reasoning questions. The work is characterized as a theoretical-didactic study, organized through the presentation and discussion of fundamental concepts such as propositions, truth values, negation, logical connectives, truth tables, tautology, contradiction, and contingency, together with examples and commented questions from previous public examinations. The approach indicates that the systematization of these contents can contribute to the interpretation of statements, the identification of logical relationships, and the construction of clearer and more coherent arguments. It is concluded that the study of propositional logic can be a relevant resource for teacher education and teaching practice, supporting the development of logical and mathematical reasoning and increasing teachers' confidence when addressing these concepts.

Keywords: Propositional logic; Logical reasoning; Mathematics teaching; Teacher education; Argumentation.

Introdução

A lógica está presente de maneira significativa no desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que fornece instrumentos para analisar argumentos, estabelecer relações entre afirmações, identificar condições necessárias e suficientes e construir conclusões a partir de determinadas premissas. Embora muitos desses processos sejam utilizados intuitivamente no cotidiano escolar, sua sistematização por meio da lógica proposicional possibilita compreender com maior precisão a estrutura dos raciocínios empregados tanto na Matemática quanto em outras áreas do conhecimento.

No ensino de Matemática, a compreensão de conceitos como proposição, valor lógico, negação, conjunção, disjunção, implicação e equivalência pode contribuir para o desenvolvimento da capacidade de argumentar e justificar procedimentos e resultados. Expressões recorrentes na linguagem matemática, como “se... então”, “se, e somente se”, “para todo” e “existe”, exigem do estudante mais do que a realização de cálculos: pressupõem a

compreensão das relações lógicas envolvidas e das condições sob as quais determinada afirmação pode ser considerada verdadeira ou falsa.

Nesse contexto, o professor desempenha papel fundamental na construção de situações de aprendizagem que ultrapassem a simples aplicação mecânica de regras e favoreçam o desenvolvimento do raciocínio. Entretanto, a lógica proposicional nem sempre ocupa espaço explícito na formação ou na prática cotidiana dos docentes da Educação Básica. Muitas vezes, seus conceitos aparecem de maneira implícita na resolução de problemas, nas demonstrações, na interpretação de enunciados e na construção de argumentos, sem que sejam identificados ou explorados como elementos estruturantes do pensamento matemático.

Dessa forma, conhecer os fundamentos da lógica das proposições pode oferecer ao professor ferramentas para analisar com maior clareza a linguagem matemática e elaborar estratégias didáticas que estimulem os estudantes a formular hipóteses, estabelecer relações, avaliar argumentos e justificar conclusões. Mais do que apresentar uma coleção de símbolos ou tabelas-verdade, o estudo da lógica pode ser compreendido como uma oportunidade de desenvolver formas organizadas e coerentes de pensar.

Este artigo tem como objetivo apresentar uma introdução aos principais conceitos da lógica proposicional direcionada a professores, estabelecendo relações entre seus fundamentos teóricos e situações presentes no ensino de Matemática. Busca-se abordar os conceitos de proposição e valor lógico, os principais conectivos, a construção e interpretação de proposições compostas, as tabelas-verdade, as equivalências e implicações lógicas, bem como aspectos relacionados à validade dos argumentos. Pretende-se, assim, oferecer um material introdutório que possa contribuir tanto para a formação docente quanto para a utilização consciente desses conceitos em práticas pedagógicas voltadas ao desenvolvimento do raciocínio lógico e matemático.

● **Proposições**

Nosso principal objeto de estudo serão as proposições. E o que são proposições lógicas?

Há várias definições nos livros de lógica e cada banca adota “textos diferentes” para definir as proposições. Vamos utilizar uma definição que engloba um “acordo” entre livros e bancas organizadoras. Chegamos à seguinte definição:

Chama-se proposição toda oração declarativa que pode ser valorada em verdadeira ou falsa, mas não as duas (ALENCAR FILHO, 2002; MORTARI, 2016).

Vamos analisar os termos desta definição.

Sendo oração, deve possuir sujeito e predicado.

Desta forma, expressões do tipo:

“Os alunos do curso.”

não são consideradas proposições (pois não há predicado).

Sendo declarativa, não pode ser exclamativa, interrogativa, imperativa ou optativa.

Desta forma, as expressões abaixo não são consideradas proposições.

- i) Que belo dia! (exclamativa)
- ii) Qual é o seu nome? (interrogativa)
- iii) Leia isto atenciosamente. (imperativa – indica ordem)
- iv) Que Deus te abençoe. (optativa – exprime desejo).

Para começar, o conjunto de palavras deve ser uma oração declarativa, por exemplo:

“O curso tem um grande índice de aprovação nos concursos”.

Outro ponto a ser analisado na definição é que a oração declarativa deve poder ser classificada em V ou F, mas não as duas.

Como assim “deve poder”? Quero dizer que você não tem que saber se a proposição é V ou F para que ela seja considerada uma proposição, mas que exista a possibilidade de classificá-la em V ou F.

Por exemplo, a frase “existe vida fora da Terra” é uma proposição, mesmo que não saibamos se existe ou não vida fora da Terra. De fato, esta proposição ou é verdadeira ou é falsa. Em outras palavras, esta frase PODE ser classificada em V ou F, apesar de não sabermos o seu valor lógico por falta de conhecimento científico.

Entretanto, há frases que NÃO PODEM ser classificadas em V ou F. Não é que não sabemos classificar: elas simplesmente não podem ser classificadas em V ou F por causa da sua estrutura lógica.

Vejamos alguns exemplos de orações declarativas que não podem ser classificadas em V ou F.

“A frase dentro destas aspas é falsa.”

Vamos tentar classificar em verdadeiro ou falso. Se dissermos que esta “proposição” é verdadeira, teremos uma contradição – pois será verdade que a frase é falsa; logo, a frase é falsa.

Se dissermos que a “proposição” é falsa, teremos novamente uma contradição. Se assim o fizermos, então será falso que a frase dentro daquelas aspas é falsa; portanto, a frase é verdadeira.

Quando tentamos dizer que a frase é verdadeira, ela tenta ser falsa. Quando tentamos dizer que a frase é falsa, ela tenta ser verdadeira.

Assim, a “proposição” não pode ser nem verdadeira nem falsa. O que concluímos? Que esta frase não é uma proposição lógica. Frases contraditórias como esta são comumente denominadas de paradoxos.

Um paradoxo famoso é o de Eubulides que declarou: Eu sou mentiroso.

Ora, o paradoxo de Eubulides não pode ser uma proposição lógica.

Se dissermos que a frase de Eubulides é verdadeira, então é verdade que ele é um mentiroso e, portanto, não pode declarar uma verdade. Contradição!

Se dissermos que a frase é falsa, então é falso que ele é um mentiroso. E se ele não é um mentiroso, a frase não pode ser falsa (portanto, é verdadeira). Novamente uma contradição.

Assim, a frase “Eu sou mentiroso” não é uma proposição lógica.

Estes exemplos não são proposições lógicas porque não podem ser nem verdadeiros nem falsos.

Um importante tipo de sentença que não é proposição é a chamada **sentença aberta ou função proposicional**.

Exemplo:

$$x + 5 = 10$$

Não dá para julgar esta frase em verdadeiro ou falso, simplesmente porque não é possível descobrir o valor de x . Se x valer 5, de fato, $x + 5 = 10$.

Caso contrário, se x for diferente de 5, a igualdade acima está errada.

“ x ” é uma variável, ou seja, pode assumir inúmeros valores.

Quando a sentença possui uma variável, nós dizemos que ela é uma **sentença aberta**. Ela tem um termo que varia, o que impede julgá-la em verdadeiro ou falso. Logo, não é proposição.

Vejamos outro exemplo de sentença aberta:

“Ele ganhou o Oscar de melhor ator em 2001”.

Ora, não sabemos quem é “ele”. Portanto, não podemos classificar esta frase em V ou F.

Se “ele” for Russel Crowe, então a frase é verdadeira.

Se “ele” for qualquer outra pessoa que não Russel Crowe, então a frase é falsa.

Como não sabemos quem é “ele”, não podemos classificar a frase e, portanto, não é considerada uma proposição.

Em tempo: é costume na Lógica “apelidar” as proposições com letras do alfabeto. Por exemplo:

p: Paris está na Inglaterra (F)

q: Fernando Henrique Cardoso foi o presidente do Brasil em 1997. (V)

- **Leis do Pensamento**

Assim como a Filosofia, a Sociologia, a Economia e outras ciências, a Lógica também possui diversas escolas. A Lógica tratada neste curso é a chamada Lógica Aristotélica (Lógica Formal, Lógica da Forma) e toda a sua estrutura é fundamentada nas seguintes Leis do Pensamento (COPI, 1978; FEITOSA; PAULOVICH, 2005).

- 1. Princípio da identidade**

Se uma proposição qualquer é verdadeira, então ela é verdadeira.

"Cada coisa é aquilo que é." (*Gottfried Leibniz*)

O princípio da identidade afirma que uma proposição não pode ser “mais” verdadeira do que outra. Não existem patamares de verdade. Na Lógica Aristotélica, todas as proposições verdadeiras, assim como todas as proposições falsas, estão em um mesmo nível.

2. Princípio do terceiro excluído

Toda proposição tem um dos dois valores lógicos: ou verdadeiro ou falso, excluindo-se qualquer outro.

"Quem diz de uma coisa que é ou que não é ou dirá o verdadeiro ou dirá o falso. Mas se existisse um termo médio entre os dois contraditórios nem do ser nem do não ser poder-se-ia dizer que é o que não é." (*Aristóteles*)

O princípio do terceiro excluído estabelece que só existem dois valores lógicos. Assim, por exemplo, a proposição p (“Existe vida fora da Terra”) só pode assumir uma das duas possibilidades, V ou F, excluindo-se um hipotético valor lógico “talvez”, “não lembro” ou “pode ser”.

3. Princípio de não contradição

Uma proposição não pode ser, simultaneamente, verdadeira e falsa.

"Efetivamente, é impossível a quem quer que seja acreditar que uma mesma coisa seja e não seja" (*Aristóteles*)

O princípio de não contradição decreta que uma proposição não pode ser simultaneamente V e F. Assim, se uma proposição é verdadeira, já temos certeza de que ela não pode ser falsa, e reciprocamente.

O valor lógico de uma proposição p é indicado por $V(p)$. Por exemplo, se a proposição p for falsa, indicamos $V(p) = F$.

● Modificador

O modificador é um operador lógico que “troca” o valor lógico das proposições. Se temos em mãos uma proposição verdadeira, então, ao aplicarmos o modificador, teremos uma

proposição falsa. Da mesma forma, se temos em mãos uma proposição falsa, então, ao aplicarmos o modificador, teremos uma proposição verdadeira.

Os símbolos que indicam que uma proposição foi “modificada” são: $\sim$ ou $\neg$. A proposição modificada é chamada de negação da proposição original.

Exemplos:

p: Paris está na Inglaterra

Está é uma proposição falsa. Ao aplicarmos o modificador, teremos uma proposição verdadeira.

$\sim p$: Paris não está na Inglaterra.

Esta frase também pode ser lida das seguintes formas:

$\sim p$: É falso que Paris está na Inglaterra.

$\sim p$: Não é verdade que Paris está na Inglaterra.

Quando temos uma proposição simples, devemos modificar o verbo para negar a frase. Vejamos outro exemplo:

q: John Lennon não recebeu o Oscar de melhor ator em 2001.

Esta é uma proposição verdadeira. Vamos modificar o verbo e torná-la uma proposição falsa.

$\sim q$: John Lennon recebeu o Oscar de melhor ator em 2001.

Vamos definir formalmente o modificador.

Dada uma proposição p qualquer, uma outra proposição chamada negação de p pode ser formada escrevendo-se “É falso que...” antes de p ou, se possível, inserindo (ou tirando) a palavra “não”. Simbolicamente, a negação de p é designada por $\sim p$ ou $\neg p$ (ALENCAR FILHO, 2002; MORTARI, 2016).

Para que $\sim p$ seja uma proposição, devemos ser capazes de classificá-la em verdadeira (V) ou falsa (F). Para isso vamos postular (decretar) o seguinte critério de classificação: **A**

proposição $\sim p$ tem sempre o valor lógico oposto de p , isto é, $\sim p$ é verdadeira quando p é falsa, e $\sim p$ é falsa quando p é verdadeira.

p	$\sim p$
V	F
F	V

Tabela-verdade 1

A **tabela-verdade** dispõe as relações entre os valores lógicos das proposições. Tabelas-verdade são especialmente usadas para determinar os valores lógicos de proposições construídas a partir de proposições simples.

As tabelas de valores têm longa história, mas receberam certo destaque desde os trabalhos (independentes) de Ludwig Wittgenstein (1889-1951) e de Emil L. Post (1897-1954) (MORTARI, 2016).

A tabela 1 mostra todas as possibilidades de valores de uma proposição e os correspondentes valores da sua negação.

A negação de uma proposição pode ser considerada o resultado de uma operação do “operador negação” de uma proposição.

O operador negação constrói uma nova proposição a partir de uma proposição que já existe.

Vamos estudar agora operadores lógicos que são usados para formar novas proposições a partir de duas ou mais proposições preexistentes. Esses operadores lógicos são chamados **conectivos**.

- **Proposições Simples e Compostas**

Estudaremos métodos de produzir novas proposições a partir de proposições simples.

Uma proposição é simples quando declara algo sem o uso de conectivos.

Esses métodos foram discutidos pelo matemático inglês George Boole, em 1854, no seu livro *As Leis do Pensamento*.

Diversas declarações matemáticas são obtidas combinando proposições.

Exemplos:

• : O número 2 é primo. (V)

q: $15 : 3 = 6$ (F)

r: O retângulo é um polígono regular. (F)

A partir de proposições simples dadas podemos construir novas proposições compostas mediante o emprego de operadores lógicos chamados conectivos, como “e” (conectivo de conjunção), “ou” (conectivo de disjunção inclusiva), “ou...ou...”(conectivo de disjunção exclusiva) e os condicionais “se... então”, “se e somente se” (ALENCAR FILHO, 2002; FEITOSA; PAULOVICH, 2005).

Observe que o modificador “não” não é um conectivo. “Não” é um advérbio de negação. A expressão “não” não conecta duas proposições.

Exemplos:

P : A Lua é um satélite da Terra **e** Recife é a capital de Pernambuco.

q : Carlos é solteiro **ou** Pedro é estudante.

r : **Se** um quadrilátero tem todos os lados congruentes, **então** é um losango.

s : Um quadrilátero é um quadrado **se e somente se** for retângulo e losango.

Conjunção $p \wedge q$

Duas proposições quaisquer podem ser combinadas pela palavra “e” para formar uma proposição composta, que é chamada de **conjunção** das proposições originais. Simbolicamente representamos a conjunção de duas proposições p e q por $p \wedge q$. Alguns livros e bancas utilizam o símbolo $p \& q$.

Imagine que você prometeu ao seu filho que no final de semana:

“Vamos ao Shopping Center e vamos à praia.”

Vamos separar a frase acima em duas parcelas:

p : *Vamos ao Shopping Center*

q : *Vamos à praia*

Conectando as proposições p e q pelo conectivo “e”, temos a proposição:

$p \wedge q$: *Vamos ao Shopping Center e vamos à praia.*

Se as duas parcelas componentes são verdadeiras, então, de fato, o pai levará o filho ao Shopping e à praia. Logo, nossa proposição composta é verdadeira.

p : Vamos ao Shopping Center. (Verdade)

q : Vamos à praia (Verdade)

Teríamos então:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V

Neste quadro estamos indicando que se a proposição “ p ” (Vamos ao Shopping Center) for verdadeira e a proposição “ q ” (Vamos à praia) também for verdadeira, então a proposição “ p e q ” (Vamos ao Shopping Center e vamos à praia) também será verdadeira.

Agora vamos imaginar que o pai levará o filho ao Shopping Center, mas não levará o filho à praia.

p : Vamos ao Shopping Center. (Verdade)

q : Vamos à praia (Falso)

Agora a proposição composta é falsa. Ela afirma que “vamos ao Shopping Center” e, **além disso**, “vamos à praia”. Afirma-se que as duas parcelas ocorrem ao mesmo tempo, o que não está acontecendo (pois a segunda parcela é falsa). Portanto “ p e q ” é falso.

p	q	$p \wedge q$
V	F	F

Analisemos agora a terceira situação: O pai não levará o filho ao Shopping Center, mas levará o filho à praia.

p : Vamos ao Shopping Center. (Falso)

q : Vamos à praia (Verdade)

Novamente, a afirmação de que “Vamos ao Shopping Center e vamos à praia” é falsa. Isso porque uma das parcelas é falsa. Portanto:

p	q	$p \wedge q$
F	V	F

E finalmente a última situação possível. O pai nem leva o filho ao Shopping Center nem o leva à praia.

p : Vamos ao Shopping Center. (Falso)

q : Vamos à praia (Falso)

p	q	$p \wedge q$
F	F	F

Unindo todas estas possibilidades em uma única tabela, temos:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Vamos postular um critério para estabelecer o valor lógico (V ou F) de uma conjunção a partir dos valores lógicos (conhecidos) das proposições p e q :

□ A conjunção $p \wedge q$ é verdadeira se p e q são ambas verdadeiras; se ao menos uma delas for falsa então $p \wedge q$ é falsa.

O “e” lógico costuma ser apresentado com o símbolo $\wedge$.

Deste modo, escrever “ $P \wedge Q$ ” é o mesmo que escrever “ P e Q ”.

Exemplo:

P : João é gordo e Mário é alto.

Suponha que a proposição **João é gordo** seja verdadeira e que **Mário não seja alto**. Dessa forma,

$\underbrace{\text{João é gordo}}_V \text{ e } \underbrace{\text{Mário é alto}}_F$

A conjunção “João é gordo e Mário é alto” é falsa, pois a proposição “Mário é alto” é falsa. A composta só seria verdadeira se ambas as proposições “João é gordo” e “Mário é alto” fossem verdadeiras.

$\underbrace{\underbrace{\text{João é gordo}}_V \text{ e } \underbrace{\text{Mário é alto}}_F}_F$

Disjunção Inclusiva $p \vee q$

Duas proposições quaisquer podem ser combinadas pela palavra “ou” para formar uma proposição composta que é chamada de **disjunção inclusiva** das proposições originais.

Simbolicamente, a disjunção das proposições p e q é designada por $p \vee q$. O símbolo $\vee$ é a inicial da palavra grega *vel*.

Vamos postular um critério para decidir o valor lógico (V ou F) de uma disjunção a partir dos valores lógicos (conhecidos) das proposições p e q :

□ A disjunção inclusiva $p \vee q$ é verdadeira se ao menos uma das proposições p ou q é verdadeira; $p \vee q$ é falsa se e somente se ambas p e q são falsas

p	q	$p \vee q$
-----	-----	------------

V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Exemplo:

$p \vee q$: Vou à festa ou não me chamo Fulano.

Considere que Fulano afirmou: Vou à festa ou não me chamo Fulano.

Fulano foi à festa. Portanto, a proposição “Vou à festa” é verdadeira.

A proposição “não me chamo Fulano” é falsa, pois quem a disse foi Fulano.

Temos o seguinte esquema:

$\underbrace{\text{Vou à festa}}_{\mathbf{V}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{\text{não me chamo Fulano.}}_{\mathbf{F}}$

A disjunção “Vou à festa ou não me chamo Fulano” só seria falsa se ambas as proposições “Vou à festa” e “Não me chamo Fulano” fossem falsas. Como a proposição “Vou à festa” é verdadeira, temos que a composta é verdadeira. Assim,

$\underbrace{\underbrace{\text{Vou à festa}}_{\mathbf{V}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{\text{não me chamo Fulano.}}_{\mathbf{F}}}_{\mathbf{V}}$

Vejamos mais um exemplo. Qual o valor lógico da proposição $2 + 2 = 5$ ou $3 \times 2 = 6$?

Vamos lá. Observe que o primeiro componente é falso e que o segundo componente é verdadeiro.

$$2 + 2 = 5_{\text{F}} \text{ ou } 3 \times 2 = 6_{\text{V}}$$

Para classificar esta frase, basta seguir a regrinha do conectivo “ou”: a composta é verdadeira se pelo menos um dos componentes for verdadeiro.

Há pelo menos um componente verdadeiro? Sim!! Portanto, a composta é verdadeira.

$$2 + 2 = 5_{\hookrightarrow F} \text{ ou } 3 \times 2 = 6_{\hookrightarrow V}$$

Vejamos outro exemplo. Qual o valor lógico da proposição “Existe vida fora da Terra ou $3 + 2 = 5$.”?

Ora, o segundo componente é verdadeiro. Entretanto, não sabemos o valor lógico do primeiro componente.

$$\textit{Existe vida fora da Terra}_{\hookrightarrow ?} \text{ ou } 3 + 2 = 5_{\hookrightarrow V}$$

Mesmo assim, nós somos capazes de classificar a proposição composta como verdadeira.

Isto porque uma composta pelo conectivo “ou” precisa de pelo menos um componente V para que seja verdadeira. Como o segundo componente é verdadeira, toda a composta é verdadeira também.

$$\textit{Existe vida fora da Terra}_{\hookrightarrow ?} \text{ ou } 3 + 2 = 5_{\hookrightarrow V}$$

O único caso em que a disjunção inclusiva é falsa é quando os dois componentes são falsos.

$$\textit{A Terra é quadrada}_{\hookrightarrow F} \text{ ou } 3 + 2 = 7_{\hookrightarrow F}$$

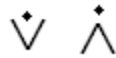
O símbolo do “ou” é $\vee$. É um símbolo semelhante ao do “e”, mas de cabeça para baixo.

Alguns alunos se mostram especialistas em construir processos mnemônicos. Um dos processos que aprendemos com esses mestres foi como distinguir os símbolos $\vee$ e $\wedge$. Basta colocar uma letra O ao lado dos símbolos. Observe:

$$O\vee \quad / \quad O\wedge$$

Em qual das duas situações você consegue ler “OU”? Na “palavra da esquerda! Portanto, aquele símbolo é o “ou”. Consequentemente o outro é o “e”.

Outro processo mnemônico consiste em colocar um “pontinho” em cima do símbolo. Vejamos:



Em qual das duas situações você consegue ver a letra cursiva “i”? No símbolo da direita! Portanto, aquele símbolo é o “e” (mesmo fonema do “i”).

Disjunção Exclusiva $p \vee q$

O uso do conectivo **ou** na disjunção inclusiva corresponde a um dos dois modos como a palavra **ou** é usada na Língua Portuguesa. A disjunção inclusiva é verdadeira quando pelo menos uma das duas proposições for verdadeira, ou seja, quando apenas uma das proposições for verdadeira ou quando ambas forem verdadeiras. A disjunção inclusiva é usada, por exemplo, na seguinte proposição:

Hoje é sexta-feira ou hoje está chovendo.

Nesse caso, poderíamos ter as duas proposições “Hoje é sexta-feira” e “Hoje está chovendo” verdadeiras. Não estamos afirmando que as duas **são** verdadeiras, mas que ambas **poderiam** ser verdadeiras. Por outro lado, estamos usando a disjunção exclusiva quando dizemos:

Ou hoje é sexta-feira ou sábado, mas não ambos.

Nesse caso, as duas proposições “Hoje é sexta-feira” e “Hoje é sábado” não podem ser simultaneamente verdadeiras.

Como já observamos, o uso do conectivo **ou** em uma disjunção corresponde a um dos dois significados usados na Língua Portuguesa, denominados inclusivo e exclusivo.

A disjunção inclusiva $p \vee q$ é verdadeira quando pelo menos uma delas for verdadeira.

Quando o **ou exclusivo** é usado para conectar as proposições p e q , a proposição “ou p ou q , mas não ambas” é obtida. A proposição é verdadeira quando *apenas um dos componentes for verdadeiro*.

Duas proposições quaisquer podem ser combinadas pela palavra “**ou**” para formar uma proposição composta que é chamada de **disjunção exclusiva** das proposições originais. Simbolicamente, a disjunção das proposições p e q é designada por $p \vee q$.

Vamos postular um critério para decidir o valor lógico (V ou F) de uma disjunção exclusiva a partir dos valores lógicos (conhecidos) das proposições p e q :

□ A **disjunção exclusiva** $p \vee q$ é verdadeira se exatamente uma delas p ou q for verdadeira, e falsa nos outros casos.

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Condicional $p \rightarrow q$

Quando duas proposições são conectadas com a palavra “se” antes da primeira e a inserção da palavra “então” entre elas a proposição resultante é composta e é também chamada de **implicação**.

Simbolicamente, $p \rightarrow q$. Alguns livros e bancas utilizam o símbolo $p \supset q$ para representar a proposição condicional.

Em uma proposição condicional, o componente que se encontra entre o “se” e o “então” é chamado de antecedente e o componente que se encontra após a palavra “então” é chamado consequente.

Por exemplo, na proposição “Se vou à praia, então tomo banho de mar”, “vou à praia” é o **antecedente** e “tomo banho de mar” é o **consequente**.

O condicional $p \rightarrow q$ é falso somente quando p é verdadeira e q é falsa; caso contrário, $p \rightarrow q$ é verdadeiro.

Coloquemos um exemplo para resumi-lo.

Se Nelson é recifense, então Nelson é pernambucano.

	Nelson é recifense	Nelson é pernambucano
1º caso	verdadeira	verdadeira
2º caso	verdadeira	falsa
3º caso	falsa	verdadeira
4º caso	falsa	falsa

Analisemos cada um deles.

1º caso □ antecedente e consequente verdadeiros. Aqui, se efetivamente Nelson for recifense e também for pernambucano, não há dúvida, a proposição condicional é considerada verdadeira.

2º caso □ **antecedente verdadeiro e consequente falso**. Nessa situação, temos Nelson como uma pessoa que nasceu no Recife e não nasceu em Pernambuco. A condicional é considerada **falsa**.

3º caso □ antecedente falso e consequente verdadeiro. Nelson não nasceu no Recife, mas nasceu em Pernambuco. Isso é totalmente permitido, visto que Nelson poderia ter nascido em Petrolina, por exemplo. A proposição condicional é verdadeira.

4º caso □ antecedente e consequente falsos. Nelson não nasceu no Recife nem em Pernambuco. Situação totalmente aceitável, visto que Nelson poderia ter nascido em qualquer outro lugar do mundo.

Existe apenas uma situação em que o condicional é falso: quando a primeira proposição for verdadeira e a segunda, falsa.

		$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Este é o conectivo mais cobrado em provas. Muitas pessoas se confundem na hora de resolver, pois tentam usar a interpretação e terminam cometendo erros bobos.

É muito simples. Há apenas um caso em que a proposição composta pelo “se..., então...” é falsa: quando ocorre VF nesta ordem. Em outras palavras, o condicional “se p, então q” só é falso quando o antecedente p é verdadeiro e o consequente q é falso.

Vejamos alguns exemplos:

i) A proposição “Se $2 + 3 = 7$, então a Terra é quadrada” é verdadeira. Basta observar que os dois componentes são falsos.

$$\text{Se } 2 + 3 = 7_{\text{F}}, \text{ então a Terra é quadrada}_{\text{F}}. \neg V$$

Tem que ser objetivo!!! Só é falso se ocorrer VF. Se não ocorrer VF, a composta é verdadeira!!!

ii) A proposição “Se $2 + 3 = 7$, então existe vida fora da Terra” é verdadeira. Observe:

$$\text{Se } 2 + 3 = 7_{\text{F}}, \text{ então existe vida fora da Terra}_{\text{?}}. \neg$$

Não sabemos o valor lógico do consequente “existe vida fora da Terra”. Entretanto, podemos perceber que ficará FV ou FF. Não tem como ocorrer VF!!!

Se não tem como ocorrer VF, a frase não pode ser falsa e, consequentemente, será verdadeira.

$$\text{Se } 2 + 3 = 7_{\text{F}}, \text{ então existe vida fora da Terra}_{\text{?}}. \neg V$$

É muito comum que o “se..., então...” apareça representado por outras expressões da língua portuguesa. Por exemplo:

“Sempre que vou ao shopping, faço compras” é o mesmo que “Se vou ao shopping, então faço compras”.

“Penso, logo existo” é o mesmo que “Se penso, então existo”.

“Quando vou à praia, bebo” é o mesmo que “Se vou à praia, então bebo”.

“Bebo somente se vou à praia” é o mesmo que “Se bebo, então vou à praia”.

“Todo recifense é pernambucano” é o mesmo que “Se uma pessoa é recifense, então ela é pernambucana”.

“A, pois B” é o mesmo que “Se B, então A”.

Não confunda “somente se” com “se e somente se”.

A expressão “P somente se Q” equivale a “Se P, então Q”.

O conectivo “se e somente se” será estudado detalhadamente no tópico a seguir.

Observe que ao usar a expressão “pois” (e seus sinônimos como “porque”, por exemplo), devemos inverter a ordem. Veja como é simples entender através de um exemplo.

1. Não fui à praia, pois choveu = Não fui à praia porque choveu.

Em vez de pensar com o “se..., então...” propriamente dito, vamos tentar escrever esta frase com a expressão “logo”.

O que você acha que ficaria melhor? “Não fui à praia, logo choveu” ou “Choveu, logo não fui à praia”?

A segunda opção fica bem melhor, concorda?

Não fui à praia, pois choveu $\Leftrightarrow$ Choveu, logo não fui à praia

Assim, a proposição fica:

Choveu $\rightarrow$ não fui à praia

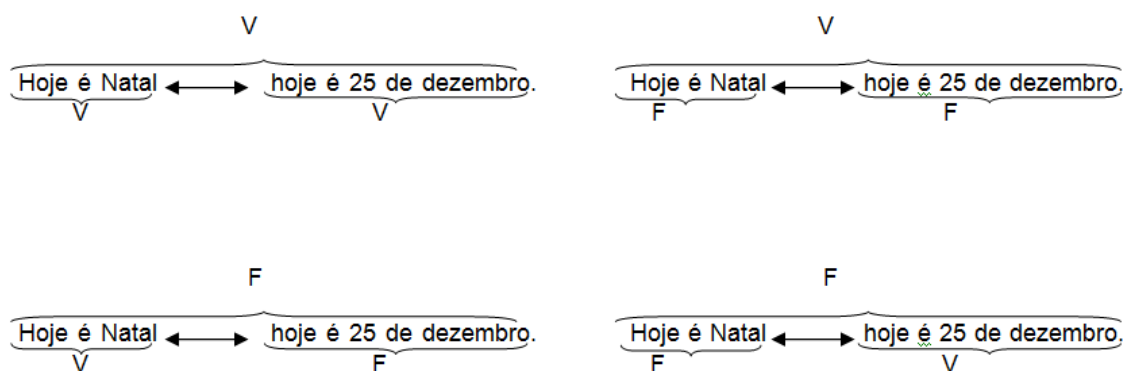
Bicondicional $p \leftrightarrow q$

Conectando duas proposições p , q através do conectivo bicondicional, obtemos uma nova proposição $p \leftrightarrow q$, que se lê “ p se e somente se q ”. **O bicondicional equipara-se à conjunção de dois condicionais $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$.**

Por exemplo, a proposição composta “Hoje é Natal se, e somente se hoje é 25 de dezembro” significa que “Se hoje é Natal, então hoje é 25 de dezembro” e “Se hoje é 25 de dezembro, então hoje é Natal”.

O bicondicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeiro quando p e q são ambos verdadeiros ou ambos falsos, e falso, quando p e q têm valores lógicos diferentes.

No nosso exemplo acima,



Observe que é possível hoje ser 25/12 e ser Natal, assim como também é possível não ser 25/12 e não ser Natal. Por outro lado, é impossível ser 25/12 sem ser Natal e também é impossível ser Natal sem ser 25/12.

Assim, o bicondicional “ p se e somente se q ” só é verdadeiro SE OS VALORES FOREM IGUAIS: VV ou FF. Será falso nos outros casos, quando os valores forem diferentes.

Eis a tabela-verdade:

		$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Resumo dos Conectivos

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \underline{\vee} q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

Ou ainda, para facilitar o processo mnemônico, podemos memorizar as **regras que tornam as compostas verdadeiras**.

Conjunção $p \wedge q$	As duas proposições p, q devem ser verdadeiras
Disjunção Inclusiva $p \vee q$	Ao menos uma das proposições p, q deve ser verdadeira. Não pode ocorrer o caso de as duas serem falsas.
Disjunção Exclusiva $p \underline{\vee} q$	Apenas uma das proposições pode ser verdadeira. A proposição composta será falsa se os dois componentes forem verdadeiros ou se os dois componentes forem falsos.
Condicional $p \rightarrow q$	Não pode acontecer o caso de o antecedente ser verdadeiro e o conseqüente ser falso. Ou seja, não pode acontecer $V(p)=V$ e $V(q)=F$. Em uma linguagem informal, dizemos que não pode acontecer VF, nesta ordem.
Bicondicional $p \leftrightarrow q$	Os valores lógicos das duas proposições devem ser iguais. Ou as duas são verdadeiras, ou as duas são falsas.

- **Número de Linhas de uma Tabela-Verdade**

O número de linhas da tabela-verdade de uma proposição composta com **n** proposições simples é 2^n .

Para uma proposição simples p , o número de linhas da tabela-verdade é 2, pois, pelas leis do pensamento a proposição p só pode assumir um dos dois valores lógicos: V ou F.

p
V
F

Para duas proposições p e q , o número de linhas da tabela-verdade é $2^2 = 4$. SEMPRE que você for construir uma tabela-verdade envolvendo 2 proposições, começaremos com a seguinte disposição.

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Para 3 proposições p , q e r , o número de linhas da tabela-verdade é $2^3 = 8$.

SEMPRE que você for construir uma tabela-verdade envolvendo 3 proposições, começaremos com a seguinte disposição.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

É muito simples montar o esqueminha acima. São 8 linhas. Na primeira coluna, colocamos 4 V's e 4 F's. Na próxima coluna, colocamos de 2 em 2 V's e F's. Finalmente, na última coluna, vamos alternando V's e F's de 1 em 1.

Cada linha da tabela (fora a primeira que contém as proposições) representa uma valoração.

O que significa, por exemplo, construir a tabela-verdade da proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$?

Significa que vamos resumir em uma tabela os possíveis valores da proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ para cada uma das possíveis atribuições aos valores verdade de p e q. Em outras palavras, vamos responder o que ocorre com a proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ para cada uma das possibilidades de valoração das proposições p e q.

Quando estamos trabalhando com apenas duas proposições simples p e q, a tabela sempre tem $2^2 = 4$ linhas, porque há 4 possíveis valores conjuntos para p e q.

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Para construir a tabela de $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$, nós vamos precisar dos valores de $\sim p$ e $\sim q$. A proposição $\sim p$ tem valores contrários aos de p e a proposição $\sim q$ tem valores contrários aos de q.

p	q	$\sim p$	$\sim q$
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

O próximo passo será determinar os valores de $p \wedge \sim q$. Vamos conectar a primeira coluna com a quarta coluna através do conectivo “e”. Lembre-se que a composta do “e” só é verdadeira quando os dois componentes são verdadeiros. Isso ocorre na segunda linha.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
V	V	F	F	F
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	F

Finalmente, vamos determinar os valores de $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$.

Observe que temos uma proposição condicional, ou seja, composta pelo conectivo “se..., então...”. O antecedente é $p \wedge \sim q$ (quinta coluna) e o consequente é $\sim p$ (terceira coluna).

Lembre-se: uma composta do “se..., então...” só é falsa quando ocorre VF NESTA ORDEM. O “se..., então...” é o único conectivo que se importa com a ordem de seus componentes.

Assim, para analisar o valor de $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$, devemos primeiro olhar para $(p \wedge \sim q)$ e depois para $\sim p$.

Observe que na segunda linha ocorre VF, pois na segunda linha temos $(p \wedge \sim q)$ sendo V e $\sim p$ sendo F.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V

Finalizamos a tabela-verdade da proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$. O que esta tabela indica? Indica que:

1. A proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ é verdadeira quando p é V e q é V.
2. A proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ é falsa quando p é V e q é F.
3. A proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ é verdadeira quando p é F e q é V.
4. A proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ é verdadeira quando p é F e q é F.

- **Tautologia, Contradição e Contingência**

No tópico passado, construímos a tabela verdade da proposição $(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$(p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	F	V

Vamos construir agora a tabela-verdade da proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$.

Como são 3 proposições simples envolvidas, nossa tabela-verdade terá $2^3 = 8$ linhas.

Na primeira coluna: 4 V's e 4 F's . Depois vai de 2 em 2 na segunda coluna e, finalmente, na terceira coluna, de 1 em 1.

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Para avaliar $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$, precisaremos de $\sim q$. Esta coluna será o oposto da coluna q.

p	q	r	$\sim q$
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	F	V

F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

Agora, para avaliar $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$, precisaremos avaliar $(p \wedge r)$ e também $(\sim q \vee r)$.

A proposição $(p \wedge r)$ é composta pelo conectivo “e”. Assim, ela será verdadeira nas linhas em que ambas p e r forem verdadeiras (linhas 1 e 3).

A proposição $(\sim q \vee r)$ é composta pelo conectivo “ou”. Assim, ela será verdadeira nas linhas em que pelo menos uma das proposições componentes for verdadeira (linhas 1, 3, 4, 5, 7, 8)

Nossa tabela ficará assim:

p	q	r	$\sim q$	$(p \wedge r)$	$(\sim q \vee r)$
V	V	V	F	V	V
V	V	F	F	F	F
V	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	V
F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	V
F	F	F	V	F	V

Finalmente, vamos avaliar a proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$. Esta é uma proposição composta pelo “se..., então...”. A proposição só é falsa quando o antecedente $(p \wedge r)$ é V e o consequente $(\sim q \vee r)$ é F.

Observe que isso não ocorre. Não há uma linha sequer em que ocorre VF.

Assim, a proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$ é verdadeira em todas as linhas.

p	q	r	$\sim q$	$(p \wedge r)$	$(\sim q \vee r)$	$(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	F	F	V
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

Observe então que não interessa quais são os valores de p , q e r : a proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$ é verdadeira em todos os casos!!!

Por esta razão, a proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$ recebe um nome especial: TAUTOLOGIA.

Tautologia é, portanto, uma proposição composta que é sempre verdadeira independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem (ALENCAR FILHO, 2002; MORTARI, 2016).

Existe uma técnica que acelera a resolução de muitas questões sobre tautologia: tentar fazer com que a proposição seja falsa. Se for impossível tornar a proposição em falsa, ela será uma tautologia.

Por exemplo, o que poderia tornar a proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$ em F? Ora, uma proposição composta pelo “se..., então...” só seria falsa se ocorresse VF, ou seja, se $(p \wedge r)$ fosse V e $(\sim q \vee r)$ fosse F.

Ora, $(p \wedge r)$ é composta pelo “e”. Para que $(p \wedge r)$ seja verdadeira, os dois componentes p e r tem que ser verdadeiros.

A proposição $(\sim q \vee r)$ é composta pelo “ou”. Para que $(\sim q \vee r)$ seja falsa, os seus dois componentes $\sim q$ e r tem que ser falsos.

Entramos em uma contradição: precisamos ter a proposição r verdadeira e falsa simultaneamente, o que é impossível (princípio de não-contradição). Assim, para que $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$ fosse falsa, a proposição r deveria ser V e F simultaneamente, o que é impossível. Assim, a proposição $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$ não pode ser falsa. Portanto, trata-se de uma tautologia.

Quando uma proposição composta não pode ser verdadeira, ou seja, quando uma proposição composta é falsa em todas as linhas de sua tabela-verdade, ela é chamada de CONTRADIÇÃO (ALENCAR FILHO, 2002; MORTARI, 2016).

Se a proposição não é tautologia nem é contradição, é chamada de CONTINGÊNCIA. No caso, se a proposição pode assumir valores V ou F a depender dos valores das proposições componentes, a proposição é chamada de contingência.

Há duas proposições que aparecem muito em provas. São as proposições $p \vee \sim p$ e $p \wedge \sim p$.

A primeira é uma tautologia e a segunda é uma contradição. Vale a pena decorar para resolver rapidamente quando elas aparecerem.

Observe a tabela-verdade.

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	V	F
F	V	V	F

● Uso dos Parênteses em Lógica

Facilmente verificamos que as proposições compostas $p \rightarrow (q \wedge r)$ e $(p \rightarrow q) \wedge r$ têm valores lógicos diferentes para algumas atribuições de valores para p , q e r .

Para verificar, basta construir as tabelas verdades. Como são 3 proposições simples envolvidas, então o número de linhas desta tabela é igual a $2^3 = 8$.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow (q \wedge r)$	$(p \rightarrow q) \wedge r$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	V	V	V

F	V	F	F	V	V	F
F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	F

Os parênteses (ou parêntesis) são usados, com toda naturalidade, para indicar a dominância ou preferência relativa entre os símbolos. Porém, para evitar o uso excessivo de sinais de pontuação, convencionamos algumas regras para diminuir a “poluição visual”.

As convenções são as seguintes:

- i) O símbolo de negação ($\sim$ ou $\neg$) abrange o menor enunciado possível.
- ii) Os símbolos $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$ têm preferência sobre $\wedge$ e $\vee$.

Assim, por exemplo, a proposição $p \wedge \sim q \rightarrow \sim r \wedge s$ só poderá ser lida da seguinte forma:

$$(p \wedge (\sim q)) \rightarrow ((\sim r) \wedge s)$$

Também se terá para $p \rightarrow q \wedge r$ uma leitura: $p \rightarrow (q \wedge r)$. Desejando-se ter $(p \rightarrow q) \wedge r$, os parênteses não podem ser omitidos.

Observe que as convenções dadas aqui não esclarecem casos como:

$$p \wedge q \vee r$$

$$p \leftrightarrow q \rightarrow r$$

Onde, novamente, os parênteses são INDISPENSÁVEIS.

● Lista de Questões de Concursos Anteriores com Comentários

1. (FCC 2017/TRE-SP)

Considere que uma expressão lógica envolva candidato (C), cargo político (P), votos (V) e ganhador (G). Para avaliar se uma dada expressão é verdadeira ou não, um Técnico deve usar uma Tabela da Verdade, que contém uma lista exaustiva de situações possíveis envolvendo as 4 variáveis. A Tabela da Verdade deve ter 4 colunas e

- (A) 8 linhas.
- (B) 16 linhas.
- (C) 4 linhas.

(D) 32 linhas.

(E) 64 linhas.

Resolução

O número de linhas de uma tabela-verdade é 2^n , onde n é o número de proposições simples envolvidas. Como há 4 proposições, então o número de linhas da tabela é $2^4 = 16$.

Gabarito: B

2. (FCC 2018/Auditor Fiscal de Tributos – São Luís)

Considere as seguintes informações disponíveis sobre os quatro candidatos a uma vaga de professor na faculdade de Economia de uma universidade federal.

Candidato	1	2	3	4
Formação	economista	filósofo	?	?
Titulação acadêmica	?	?	mestre	doutor

De acordo com o edital do concurso, para concorrer à vaga, todo candidato que não seja economista precisa, necessariamente, ter o título de doutor. Para certificar-se de que os quatro candidatos satisfazem essa condição, é necessário verificar apenas

(A) as titulações acadêmicas dos candidatos 1 e 2.

(B) a titulação acadêmica do candidato 1 e a formação do candidato 3.

(C) a titulação acadêmica do candidato 2 e a formação do candidato 3.

(D) a titulação acadêmica do candidato 2 e a formação do candidato 4.

(E) as formações dos candidatos 3 e 4.

Resolução

A condição para concorrer à vaga pode ser reescrita assim: “Se o candidato não for economista, então precisa ter o título de doutor”.

Para que um candidato satisfaça esta condição, ele tem que tornar a proposição em verdade.

Veamos o primeiro candidato. Ele é economista, mas não sabemos a sua titulação acadêmica.

Se o candidato não for economista_{٥F}, então precisa ter o título de doutor_{٥?}.

Uma proposição composta pelo “se..., então...” só é falsa quando ocorre VF. Na situação acima, é impossível ocorrer VF. Portanto, a composta já é verdadeira, mesmo sem saber se o candidato é ou não doutor.

Se o candidato não for economista_{٥F}, então precisa ter o título de doutor_{٥?}.^V

Desta forma, o candidato 1 já pode concorrer à vaga e não precisamos verificar a sua titulação acadêmica.

Vamos analisar o candidato 2. Ele é um filósofo.

Se o candidato não for economista_{٥V}, então precisa ter o título de doutor_{٥?}.

Observe que agora o valor lógico da proposição composta depende se o candidato é ou não doutor.

Se ele for doutor, vai ocorrer VV, a composta será verdadeira e ele poderá concorrer à vaga. Se ele não for doutor, ocorrerá VF, a composta será falsa e ele não poderá concorrer à vaga.

Assim, precisamos verificar a titulação acadêmica do candidato 2.

Vamos verificar o candidato 3. Ele é mestre (não é doutor), mas não sabemos a sua formação acadêmica.

Se o candidato não for economista_{٥?}, então precisa ter o título de doutor_{٥F}.

Observe que o consequente é F. Se ocorrer VF, ou seja, se ele não for economista, a composta será falsa e ele não poderá concorrer à vaga. Se ocorrer FF, ou seja, se ele for economista, a composta será verdadeira e ele poderá concorrer à vaga.

Assim, precisamos saber a formação acadêmica do candidato 3.

Finalmente, o candidato 4. Ele é doutor, mas não sabemos a sua formação acadêmica.

Se o candidato não for economista_{٥?}, então precisa ter o título de doutor_{٥V}.

Ele já tem o título de doutor. Assim, não interessa a sua formação acadêmica. Ele pode concorrer à vaga.

Se ele for economista, teremos FV, a composta será verdadeira e ele pode concorrer.

Se ele não for economista, teremos VV, a composta será verdadeira e ele pode concorrer.

Portanto, o candidato 4 pode concorrer à vaga independentemente de qual seja a sua formação acadêmica.

Gabarito: C

3. (FCC 2016/AL-MS)

Considere as afirmações e seus respectivos valores lógicos.

I. André não é analista ou Bruno é biblioteconomista. Afirmação VERDADEIRA.

II. Se Carlos não é cerimonialista, então Dorival é contador. Afirmação FALSA.

III. André não é analista e Dorival não é contador. Afirmação FALSA.

IV. Se Bruno é biblioteconomista, então Ernani é economista. Afirmação VERDADEIRA.

A partir dessas afirmações, é correto concluir que

(A) Se Ernani é economista, então André não é analista.

(B) Carlos não é cerimonialista e Bruno não é biblioteconomista.

(C) Carlos é cerimonialista e Ernani é economista.

(D) André não é analista ou Dorival é contador.

(E) Bruno não é biblioteconomista ou Dorival não é contador.

Resolução

Observe que a sentença II é composta pelo “se..., então...” e é falsa. A condicional só pode ser falsa quando ocorre VF.

II. Se Carlos não é cerimonialista $\hookrightarrow_V$, então Dorival é contador $\hookrightarrow_F$.

Assim, já podemos concluir que “Carlos não é cerimonialista” e que “Dorival não é contador”.

Com isso, já poderíamos marcar a resposta na alternativa E. Observe:

(E) Bruno não é biblioteconomista ou Dorival não é contador.

Temos aqui na alternativa E uma proposição composta pelo conectivo “ou”. Não sabemos o valor lógico do primeiro componente, mas sabemos que o segundo componente “Dorival não é

contador” é verdade. A composta do “ou” é verdade se pelo menos um componente é V. Como já temos um componente V, o resultado será V.

Bruno não é biblioteconomista_{⊃?} ou Dorival não é contador_{⊃V}.^{¬V}

Já sabemos a resposta da questão, mas vamos analisar o resto, porque não estamos aqui somente para marcar gabarito. Temos que aprender tudo!!

Vamos analisar a frase III. O enunciado afirma que a sentença III é falsa e já sabemos que é verdade que Dorival não é contador.

III. André não é analista_{⊃?} e Dorival não é contador_{⊃V}.^{¬F}

Ora, temos um conectivo “e”. Se os dois componentes fossem V, a composta seria V. Como a composta é F, então o outro componente (André não é analista) tem que ser F.

III. André não é analista_{⊃F} e Dorival não é contador_{⊃V}.^{¬F}

Assim, podemos concluir que “André é analista”.

Vamos analisar a frase I, que é verdadeira.

I. André não é analista_{⊃F} ou Bruno é biblioteconomista_{⊃?}.^{¬V}

Temos uma proposição composta pelo conectivo “ou”. Para que a composta seja verdadeira, precisamos de pelo menos um componente V. Como o primeiro componente é F, o segundo necessariamente será V.

I. André não é analista_{⊃F} ou Bruno é biblioteconomista_{⊃V}.^{¬V}

Concluimos que “Bruno é biblioteconomista”.

Finalmente, podemos analisar a sentença IV, que é verdadeira.

IV. Se Bruno é biblioteconomista_{⊃V}, então Ernani é economista_{⊃?}.^{¬V}

A composta do “se..., então...” é V. Portanto, não pode ocorrer VF. Como a primeira é V, a segunda não pode ser F.

IV. Se Bruno é biblioteconomista_{⊃V}, então Ernani é economista_{⊃V}.^{¬V}

Concluimos que “Ernani é economista”.

Vamos encontrar a alternativa verdadeira.

(A) *Se Ernani é economista_{⌞V}, então André não é analista_{⌞F}.*

Temos aqui um “se..., então...” em que ocorre VF. Portanto, a alternativa A é falsa.

(B) *Carlos não é cerimonialista_{⌞V} e Bruno não é biblioteconomista_{⌞F}.*

Aqui temos uma composta pelo "e". Só seria V se os dois componentes fossem V. Portanto, a alternativa B é falsa.

(C) *Carlos é cerimonialista_{⌞F} e Ernani é economista_{⌞V}.*

Aqui temos uma composta pelo "e". Só seria V se os dois componentes fossem V. Portanto, a alternativa C é falsa.

(D) *André não é analista_{⌞F} ou Dorival é contador_{⌞F}.*

Uma proposição composta pelo "ou" só é verdade se pelo menos um componente for V. Como os dois componentes são F, a composta é F.

(E) *Bruno não é biblioteconomista_{⌞F} ou Dorival não é contador_{⌞V}.*

A composta é V por que temos pelo menos um V na proposição composta pelo “ou”.

Gabarito: E

4. (FCC 2018/TRT 6ª Região)

Considere a afirmação I como sendo FALSA e as outras três afirmações como sendo VERDADEIRAS.

Lucas é médico ou Marina não é enfermeira.

Se Arnaldo é advogado, então Lucas não é médico.

Ou Otávio é engenheiro, ou Marina é enfermeira, mas não ambos.

Lucas é médico ou Paulo é arquiteto.

A partir dessas informações, é correto afirmar que

(A) Paulo não é arquiteto ou Marina não é enfermeira.

(B) Marina é enfermeira e Arnaldo não é advogado.

(C) Se Lucas não é médico, então Otávio é engenheiro.

(D) Otávio é engenheiro e Paulo não é arquiteto.

(E) Arnaldo é advogado ou Paulo é arquiteto.

Resolução

A primeira proposição é composta pelo “ou” e é falsa. Uma composta pelo “ou” só é falsa quando os dois componentes são falsos.

I. Lucas é médico $\hookrightarrow_F$ ou Marina não é enfermeira $\hookrightarrow_F$

As outras proposições compostas são verdadeiras. Vamos analisar a sentença II.

II. Se Arnaldo é advogado $\hookrightarrow_?$, então Lucas não é médico $\hookrightarrow_V$

Ora, temos uma proposição composta pelo “se..., então...” e que é verdadeira. Só não pode ocorrer VF. Entretanto, é impossível ocorrer VF. As únicas possibilidades são FV ou VV. Assim, não temos informações suficientes para decidir o valor de “Arnaldo é advogado”.

Vamos à sentença III.

III. Ou Otávio é engenheiro $\hookrightarrow_?$ ou Marina é enfermeira $\hookrightarrow_V$, mas não ambos $\hookrightarrow_V$

Temos um “ou exclusivo”. Precisamos de apenas um V. Como a segunda proposição é V, a primeira será F.

III. Ou Otávio é engenheiro $\hookrightarrow_F$ ou Marina é enfermeira $\hookrightarrow_V$, mas não ambos $\hookrightarrow_V$

Vamos à sentença IV.

IV. Lucas é médico $\hookrightarrow_F$ ou Paulo é arquiteto $\hookrightarrow_?$

Temos uma proposição composta pelo “ou” e que é verdadeira. Para ser verdadeira, precisamos de pelo menos um componente V. Como o primeiro componente é F, então o segundo componente obrigatoriamente será V.

IV. *Lucas é médico* $\hookrightarrow_F$ *ou Paulo é arquiteto* $\hookrightarrow_V$

A alternativa A é falsa, pois temos uma proposição composta pelo “ou” com dois componentes falsos.

Não temos como saber o valor lógico da proposição da alternativa B. Sabemos que Marina é enfermeira, mas não sabemos a situação de Arnaldo.

A alternativa C é falsa, pois ocorreu VF (Lucas não é médico e Otávio não é engenheiro).

A alternativa D é falsa, pois Otávio não é engenheiro e Paulo é arquiteto.

A alternativa E é verdadeira, pois Paulo é arquiteto. Não precisamos saber a situação de Arnaldo. Basta que um componente seja verdadeiro para que a composta do “ou” seja verdadeira.

e) *Arnaldo é advogado* $\hookrightarrow_?$ *ou Paulo é arquiteto* $\hookrightarrow_V$

Gabarito: E

5. (FCC 2018/CL-DF)

Considere a proposição: “Se um candidato estudar adequadamente, então ele passará em um concurso”. Portanto, com base nesta proposição, é correto afirmar:

- a) A maior parte dos candidatos que passam em um concurso estudam adequadamente.
- b) Todos os candidatos que não estudam adequadamente não passam em um concurso.
- c) Todos os candidatos que estudam adequadamente passam em um concurso.
- d) Havendo candidatos que passam em um concurso, certamente estudam adequadamente.

e) É possível que existam candidatos que estudam adequadamente e não passam em um concurso.

Resolução

Vamos assumir que é verdadeira a proposição “Se um candidato estudar adequadamente, então ele passará em um concurso”.

Lembre-se que uma condicional só é falsa quando ocorre VF. Desta forma, é impossível um candidato estudar adequadamente e não passar no concurso (está errada a alternativa E).

Assim, é possível ocorrer VV (candidatos que estudam adequadamente e passam no concurso), FV (candidatos que não estudam adequadamente e passam no concurso) e FF (candidatos que não estudam adequadamente e não passam no concurso).

Vamos analisar as alternativas.

a) A maior parte dos candidatos que passam em um concurso estudam adequadamente.

Falso. Não podemos afirmar isto com base nos dados do enunciado.

b) Todos os candidatos que não estudam adequadamente não passam em um concurso.

Falso, pois pode haver estudantes que não estudam, mas que passam em um concurso.

c) Todos os candidatos que estudam adequadamente passam em um concurso.

Verdadeiro. Esta assertiva está perfeita. É impossível um candidato estudar adequadamente sem passar no concurso.

d) Havendo candidatos que passam em um concurso, certamente estudam adequadamente.

Falso, pois pode ocorrer FV no “se..., então...”, ou seja, pode ocorrer o caso de um estudante não estudar adequadamente e passar no concurso.

Já vimos que a alternativa E é falsa.

Gabarito: C

Conclusão

O estudo da lógica das proposições constitui uma ferramenta importante para a formação e a prática profissional dos professores, especialmente por contribuir para a compreensão da linguagem matemática, a organização do raciocínio e a análise de argumentos. Ao dominar conceitos como proposições, conectivos lógicos, negações, equivalências, implicações e tabelas-verdade, o docente amplia suas possibilidades de elaborar aulas mais claras,

contextualizadas e voltadas ao desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes (CARNIELLI; EPSTEIN, 2009; MORTARI, 2016).

Espera-se que esta introdução auxilie os professores no planejamento e na realização de aulas de lógica, oferecendo fundamentos que possam ser relacionados a situações-problema, enunciados matemáticos e diferentes formas de argumentação. A abordagem desses conteúdos de maneira sistematizada pode favorecer não apenas a aprendizagem dos alunos, mas também a segurança do professor ao explicar conceitos que muitas vezes são utilizados de forma intuitiva no cotidiano escolar.

Além da contribuição para a prática pedagógica, o conhecimento da lógica proposicional é relevante para a preparação dos professores que participam de concursos públicos e processos seletivos. Questões envolvendo negação de proposições, conectivos, equivalências lógicas, argumentos, condições necessárias e suficientes e interpretação de enunciados são frequentemente cobradas nessas avaliações. Assim, a compreensão dos fundamentos apresentados pode ajudar o candidato a analisar as alternativas com maior precisão, evitar erros de interpretação e resolver as questões de maneira mais segura e eficiente.

Dessa forma, espera-se que este material sirva como apoio tanto para o ensino da lógica em sala de aula quanto para a preparação dos professores diante de questões de concursos. Mais do que memorizar regras, é fundamental compreender as relações entre as proposições e desenvolver a capacidade de raciocinar de forma organizada. Nesse sentido, o estudo da lógica das proposições pode contribuir simultaneamente para a formação docente, para a melhoria das práticas de ensino e para o aprimoramento do desempenho em avaliações que exigem conhecimentos de raciocínio lógico.

Referências

ALENCAR FILHO, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. São Paulo: Nobel, 2002.

CARNIELLI, Walter A.; EPSTEIN, Richard L. Pensamento crítico: o poder da lógica e da argumentação. São Paulo: Rideel, 2009.

COPI, Irving M. Introdução à lógica. 2. ed. Tradução de Álvaro Cabral. São Paulo: Mestre Jou, 1978.

FEITOSA, Hércules de Araújo; PAULOVICH, Leonardo. Um prelúdio à lógica. São Paulo: Editora UNESP, 2005.

MORTARI, Cezar A. Introdução à lógica. 2. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2016.