

Capacidades de visualização espacial: proposta de tarefas para o desenvolvimento do pensamento geométrico

Spatial visualization skills: a proposal of tasks for the development of geometric thinking

Adelino Joaquim Pongo Balança¹
Augusto Lima Simão Alexandrino²
Figueiredo Adão António Carlos³
Dilma Camilo Ricardo⁴
João Ferreira dos Santos⁵
Sabino Almeida⁶

RESUMO

O presente artigo foi escrito a partir de um manual, que constituiu um dos requisitos definidos para a conclusão da unidade curricular Projecto de Desenvolvimento Curricular de Metodologia de Ensino da Matemática no âmbito da 2ª Edição do Curso de Mestrado em Metodologia do Ensino Primário realizado no Instituto Superior de Ciências da Educação de Benguela. O projecto inicial foi direccionado aos estudantes do curso de Licenciatura em Ensino Primário, com a finalidade de apoiar as suas aprendizagens na unidade curricular de Metodologia de Ensino da Matemática, com vista ao desenvolvimento de tarefas com os seus futuros alunos. A partir da implementação do mesmo no Magistério do Sumbe e através do diálogo estabelecido com professores e professores em formação inicial, foi possível aperfeiçoá-lo para uma publicação mais abrangente atendendo deste modo leitores que não tiveram acesso do mesmo, especialmente pela reação, interesse e sugestão daqueles que o utilizaram. As tarefas aqui incluídas estão ligadas ao pensamento geométrico e visam uma melhoria do conhecimento profissional dos professores e futuros professores do Ensino Primário, em particular o seu conhecimento matemático e didáctico, centrados em conteúdos pertinentes do currículo do Ensino Primário inseridos no tema da Geometria, Grandeza

¹ Docente: Instituto Superior Privado do Waco Kungo, Mestre em Ciências da Educação, opção Ensino da Matemática pelo ISCED-Benguela, término 2024. adielpakissi@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0004-7043-5293>

² Docente: Instituto Superior Privado do Waco Kungo, Licenciado em Agronomia, pelo Instituto Superior Politécnico do Cuanza Sul (ISPCS), término 2019. alexandrinoaugusto18@gmail.com; <https://orcid.org/0009-0005-8901-5149>

³ Docente: Instituto Superior Privado do Waco Kungo, Licenciado em Agronomia, pelo Instituto Superior Politécnico do Cuanza Sul (ISPCS), término 2020. figueiredoadaocarlos@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0002-2592-1415>

⁴ Docente: Instituto Superior Privado do Waco Kungo, Licenciada em Direito, pelo Instituto Superior Politécnico Jean Piaget de Benguela, término 2020. dilmacamiloricardo@gmail.com <https://orcid.org/0009-0000-5656-0101>

⁵ Docente: Instituto Superior Privado do Waco Kungo, Licenciado em Ciências da Educação, opção Ensino da Química, pelo ISCED-Sumbe término 2024. jd2148688@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0004-1842-7376>

⁶ Docente: Instituto Superior Privado do Waco Kungo, Licenciado em Ciências da Educação, opção Ensino de História pelo ISCED-Sumbe término 2015. sabinoalmeida743@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0003-6195-3630>

e Medida. Este manual pretende dotar professores e futuros professores de um repertório diversificado de estratégias que venham permitir aos seus alunos ou futuros alunos do Ensino Primário uma melhor aprendizagem da Matemática. Na estrutura desta proposta, inclui-se uma fundamentação teórica sobre pensamento geométrico, apresentam-se os níveis de van Hiele, capacidades de visualização e orientação espacial. Por fim, apresenta-se um conjunto de tarefas de formação, a organização das sessões que as incorporam, a preocupação com a formação de professores fornecendo material e oportunidade para reflexão sobre a sua prática em geral e sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico em particular. Pretende-se que esta publicação seja útil para ser aplicado na formação inicial de professores bem como para os professores que pretendam aplicar as tarefas com os seus alunos do Ensino Primário.

Palavras-chave: Capacidades de visualização, Pensamento Geométrico, Tarefas de Formação, Ensino Primário.

ABSTRACT

This article was written based on a manual that constituted one of the requirements for the completion of the curricular unit Curriculum Development Project in Mathematics Teaching Methodology, within the scope of the 2nd Edition of the Master's Course in Primary Teaching Methodology held at the Higher Institute of Educational Sciences of Benguela. The initial project was directed at students of the Bachelor's Degree in Primary Education, with the purpose of supporting their learning in the curricular unit of Mathematics Teaching Methodology, with a view to the development of tasks with their future pupils. Following its implementation at the Sumbe Teacher Training College and through dialogue established with teachers and pre-service teachers, it was possible to refine it for a more comprehensive publication, thereby reaching readers who had not previously had access to it, particularly in response to the reaction, interest, and suggestions of those who used it. The tasks included here are related to geometric thinking and aim to improve the professional knowledge of primary school teachers and pre-service teachers, particularly their mathematical and didactic knowledge, focused on relevant content from the primary school curriculum within the theme of Geometry, Magnitude and Measurement. This manual aims to equip teachers and pre-service teachers with a diversified repertoire of strategies that will enable their pupils or future pupils in primary education to achieve better learning in Mathematics. In the structure of this proposal, a theoretical foundation on geometric thinking is included, and the van Hiele levels, visualization abilities, and spatial orientation are presented. Finally, a set of training tasks is presented, along with the organization of the sessions that incorporate them, with attention given to teacher training by providing material and opportunities for reflection on their practice in general and on the development of geometric thinking in particular. This publication is intended to be useful for application in initial teacher training as well as for teachers who wish to apply the tasks with their primary school pupils.

Keywords: Visualization abilities, Geometric Thinking, Training Tasks, Primary Education.

1. INTRODUÇÃO

O presente artigo foi escrito a partir de um manual, que constituiu um dos requisitos definidos para a conclusão da unidade curricular Projecto de Desenvolvimento Curricular de Metodologia de Ensino da Matemática, no âmbito da 2ª Edição do Curso de Mestrado em Metodologia do Ensino Primário realizado no Instituto Superior de Ciências da Educação de Benguela.

O projecto inicial foi direccionado aos estudantes do curso de Licenciatura em Ensino Primário, com a finalidade de apoiar as suas aprendizagens na unidade curricular de Metodologia de Ensino da Matemática, com vista ao desenvolvimento de tarefas com os seus futuros alunos.

A partir da implementação do mesmo no Magistério do Sumbe e através do diálogo estabelecido com professores e professores em formação inicial, foi possível aperfeiçoá-lo para uma publicação mais abrangente atendendo deste modo leitores que não tiveram acesso do mesmo, especialmente pela reação, interesse e sugestão daqueles que o utilizaram.

As tarefas aqui incluídas visam uma melhoria do conhecimento profissional dos professores e futuros professores do Ensino Primário, em particular o seu conhecimento matemático e didáctico, centrados em conteúdos pertinentes do currículo do Ensino Primário inseridos no tema da Geometria, Grandeza e Medida, com vista a dotar esses professores e futuros professores de um repertório diversificado de estratégias que venham permitir aos seus alunos ou futuros alunos do Ensino Primário uma melhor aprendizagem da Matemática.

Enquadramento teórico

Pensamento geométrico

O pensamento geométrico é uma capacidade essencialmente humana e contribui em grande medida para o desenvolvimento do pensamento matemático.

É entendido, como a capacidade de ver, de observar e de reflectir sobre objectos/imagens no espaço e as suas relações e transformações (Teixeira, 2008, p. 20).

O pensamento geométrico está presente em tarefas como escrever letras ou números, ler (mapas, tabelas e gráficos), seguir direcções e visualizar objectos descritos verbalmente.

Certamente, as pessoas com sentido espacial bem desenvolvido apreciam formas geométricas na arte, na natureza e na arquitetura e são capazes de usar ideias geométricas para descrever e analisar o mundo. Para desenvolver o sentido espacial é importante que os alunos tenham a oportunidade de viver experiências incidindo na manipulação de objectos, onde podem estabelecer relações geométricas; na direcção, orientação e perspectivas dos objectos no espaço; nas formas e tamanhos relativos das figuras e objectos.

No entanto, cabe ao professor a responsabilidade de seleccionar tarefas de forma progressiva, que elevarão os alunos dum nível de pensamento geométrico mais elementar para um nível mais elevado. Nesse sentido, apresentamos a seguir os níveis de pensamento geométrico na perspectiva dos Van Hiele.

Níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele

O modelo proposto pelo casal holandês, Pierre e Dina Van Hiele, valoriza a aprendizagem da Geometria como um processo gradual, global e construtivo. Considera gradual, porque a intuição, o raciocínio e a linguagem geométrica se obtêm

gradualmente; é global, porque as figuras e as propriedades não são abstrações isoladas, inter-relacionam-se e pressupõem diversos níveis que levam a outros significados; é construtivo, porque pressupõe que não existe transmissão de conhecimentos, mas é o próprio aluno que constrói o seu próprio conhecimento (Teixeira, 2008; Oliveira & Cristovão, 2022; Fernandes & Mestrinho, 2025).

O modelo é constituído por cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, à medida que os alunos estudam os conteúdos escolares vinculados à Geometria, eles progridem entre os níveis por meio de uma sequência hierárquica. “Cada nível possui um vocabulário geométrico próprio, logo, os conceitos apresentam status diferentes” (Costa & Santos, 2017, p.6).

Os cinco níveis apresentados pelos Van Hiele são: visualização/reconhecimento, análise, classificação/abstracção/dedução informal, dedução formal e rigor.

- 1) Visualização ou reconhecimento – neste nível os alunos reconhecem as figuras geométricas pela sua forma e aparência física, ou seja, pelo seu aspecto global.
- 2) Análise – neste nível os alunos conseguem identificar as características e propriedades das figuras geométricas, mas não conseguem estabelecer relações entre figuras ou propriedades. Estabelecem experimentalmente, por observação, medição, desenho e modelação, propriedades necessárias dos conceitos.
- 3) Classificação/abstracção/dedução informal – neste nível conseguem estabelecer relações entre figuras ou propriedades. Têm a capacidade de agrupar logicamente as figuras.
- 4) Dedução formal – neste nível os alunos entendem a Geometria como um processo dedutivo.
- 5) Rigor - Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para a Geometria, compreendem o rigor dos fundamentos e são capazes de fazer deduções abstratas.

O professor deve ter estas características em consideração pois mostram a importância das experiências proporcionadas aos alunos para a progressão de nível. Também mostram que cada nível tem a sua própria linguagem o que pode provocar dificuldades de comunicação entre professor e alunos. O professor deve escolher uma abordagem adequada ao nível dos alunos.

De acordo com Serrazina et al. (2011), e Clement (1999, citado por Teixeira, 2008), a orientação espacial e visualização espacial são componentes do pensamento espacial.

Orientação e visualização espacial

A orientação espacial é fundamental para perceber a posição relativa das formas e dos objectos bem como a relatividade dos seus tamanhos. Deste modo, os alunos aprendem a orientar-se a partir de diferentes perspectivas e são capazes de descrever caminhos e de compreender formas, figuras, proporções e relações entre os objectos (Serrazina et al., 2011; Cout et al., 2025).

Na perspectiva de Silva et al. (2025), a orientação espacial é saber onde estamos e como podemos nos movimentar no mundo, ou seja, é compreender e operar nas diferentes posições no espaço, inicialmente respeitando a posição onde nos encontramos e a forma como nos deslocamos e, eventualmente, numa perspectiva mais abstracta incluindo mapas e coordenadas em diferentes escalas.”

Quando as crianças se deslocam no espaço e se orientam através de mapas, existem quatro tipos de questões matemáticas que podem ser colocadas, ajudando-as a desenvolver uma diversidade de conhecimentos espaciais. “Qual é o caminho? (direcção), qual é a distância? (distância), onde? (posição/localização), quais objectos?

(representação/identificação)” (Teixeira, 2008, p. 22). Ao responder estas questões, pretende-se que as crianças desenvolvam uma variedade de capacidades relativas a direcção, distância e posição no espaço.

No entanto, a orientação espacial está ligada às capacidades de localizar e de descrever as posições e movimentos realizados. As experiências de localizar e a descrição de posições e de movimentos realizados, iniciam-se desde cedo. Por exemplo, no programa de Matemática da primeira classe, tema Geometria, subtema Relações espaciais encontramos actividades relacionadas com as expressões: à frente, atrás, entre, em cima, em baixo, dentro, fora, mais alto, mais baixo, direita, esquerda, à direita, à esquerda e itinerário (MED, 2022).

Dreyfus (1991, citado por Teixeira, 2008), define visualização espacial como sendo um processo pelo qual as representações mentais ganham existência.

A visualização espacial envolve a capacidade de imaginar o movimento de objectos e as formas espaciais, como a construção e manipulação de representações mentais de objectos bidimensionais e tridimensionais e a percepção de um objecto a partir de diferentes perspectivas (NCTM, 2000, citado por Serrazina et al. 2011; Silva & Mathias; Souza & Mattos).

A visualização também é entendida como conjunto de capacidades necessárias para observar, interpretar, analisar e comunicar informação visual sobre objectos. Ela requer a capacidade de construção de uma imagem mental do objecto segundo diferentes perspectivas (Martinho, 2017).

Capacidades da visualização espacial

Del Grande (1990, citado por Matos & Gordo, 1993), destaca sete aspectos na visualização espacial: coordenação visual-motora, memória visual, percepção figura-fundo, constância perceptual, percepção da posição no espaço, percepção de relações espaciais e discriminação visual.

Entende-se por:

Coordenação visual-motora, a capacidade de coordenar a visão e os movimentos do corpo;

Memória visual, como capacidade de reproduzir mentalmente os objectos que já não estão disponíveis (visíveis);

Percepção figura-fundo, como capacidade de identificar um elemento específico numa determinada situação;

Constância perceptual, capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos, contextos e texturas;

Percepção da posição no espaço, que é a capacidade de distinguir figuras iguais colocadas em orientações diferentes;

Percepção de relações espaciais, como sendo a capacidade de ver ou imaginar dois ou mais objectos em relação consigo próprios ou em relação connosco;

Discriminação visual, é a capacidade de analisar as semelhanças ou diferenças entre figuras.

Ruiz e Lupiáñez (2016, citados por Martinho, 2017; Rosa e Freitas, 2024), apontam algumas capacidades fundamentais para o desenvolvimento da visualização espacial, que a seguir passo a mencionar: identificação visual, extensão visual, discriminação visual e percepção das relações espaciais.

Tendo em conta que as duas últimas capacidades ora mencionadas já foram desenvolvidas anteriormente, estaremos a desenvolver as duas primeiras.

Identificação visual, capacidade de reconhecer figuras geométricas em diferentes situações.

Extensão visual, capacidade de perceber uma figura que não se consegue ver totalmente.

Há uma grande relação entre as capacidades apresentadas por Del Grande e as apresentadas por Ruiz e Lupiães. Uma delas é a relação entre constância perceptual e a identificação espacial, e, sem deixar de parte as abordadas por ambos que são a discriminação visual e percepção das relações espaciais.

Tarefas de formação

As tarefas matemáticas propostas em sala de aula não são neutras: elas determinam o tipo de raciocínio que o aluno pode desenvolver. Segundo Stein e Smith (1998), o nível de exigência cognitiva de uma tarefa se de memorização, de procedimento sem conexão, de procedimento com conexão ou de "fazer matemática" influencia diretamente a qualidade da aprendizagem alcançada pelos estudantes.

Essa preocupação com o potencial cognitivo das tarefas também aparece em Walle (2001), para quem o ensino baseado em problemas favorece a construção ativa do conhecimento matemático, em contraste com abordagens centradas na repetição de procedimentos. De modo complementar, Skovsmose (2000), propõe que as tarefas sejam pensadas como "cenários para investigação", capazes de convidar o aluno a formular hipóteses e assumir um papel mais autônomo diante do saber matemático.

A aprendizagem dos alunos é influenciada, essencialmente, pelas actividades que realizam e pela reflexão que efectuam sobre elas.

“A tarefa, pode ser formulada pelo professor e proposta aos alunos, assim como pode ser da iniciativa do próprio aluno e resultar numa negociação entre o professor e o aluno” (Ponte, 2005, pp. 1-2). É formulando tarefas adequadas que o professor pode suscitar a actividade do aluno.

Ponte (2005, p. 10), afirma que as tarefas podem necessitar de tempos distintos. “Uma tarefa pode ser de curta duração (exercícios), média duração (problemas, tarefas de exploração e tarefas de investigação) e de longa duração (projectos).”

Este mesmo autor afirma, ainda, que toda planificação de uma tarefa pressupõe a definição clara, implícita ou explicitamente, de uma estratégia onde sobressaem o que ele vai fazer e o que ele espera que o aluno faça. Distingue-se duas estratégias básicas no ensino da Matemática, nomeadamente, o ensino directo e o ensino exploratório.

No ensino directo, o professor assume o papel fundamental, onde ele expõe todos seus conhecimentos, e o aluno limita-se a ouvir e a reter aquilo que lhe é dito e fazendo exercícios na intenção de mobilizar os conceitos e técnicas explicados e exemplificados anteriormente pelo professor.

No ensino exploratório o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem.

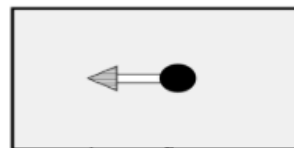
Se o professor suscita a participação dos alunos na exposição da matéria, através de perguntas, não deixa de ser ensino directo, pois neste caso é ainda ele quem assume o protagonismo fundamental na aula (Ponte, 2005; Martins et al., 2023; Duarte et al., 2024).

A seguir apresentamos algumas tarefas de formação para serem desenvolvidas em sala de aulas com os futuros professores.

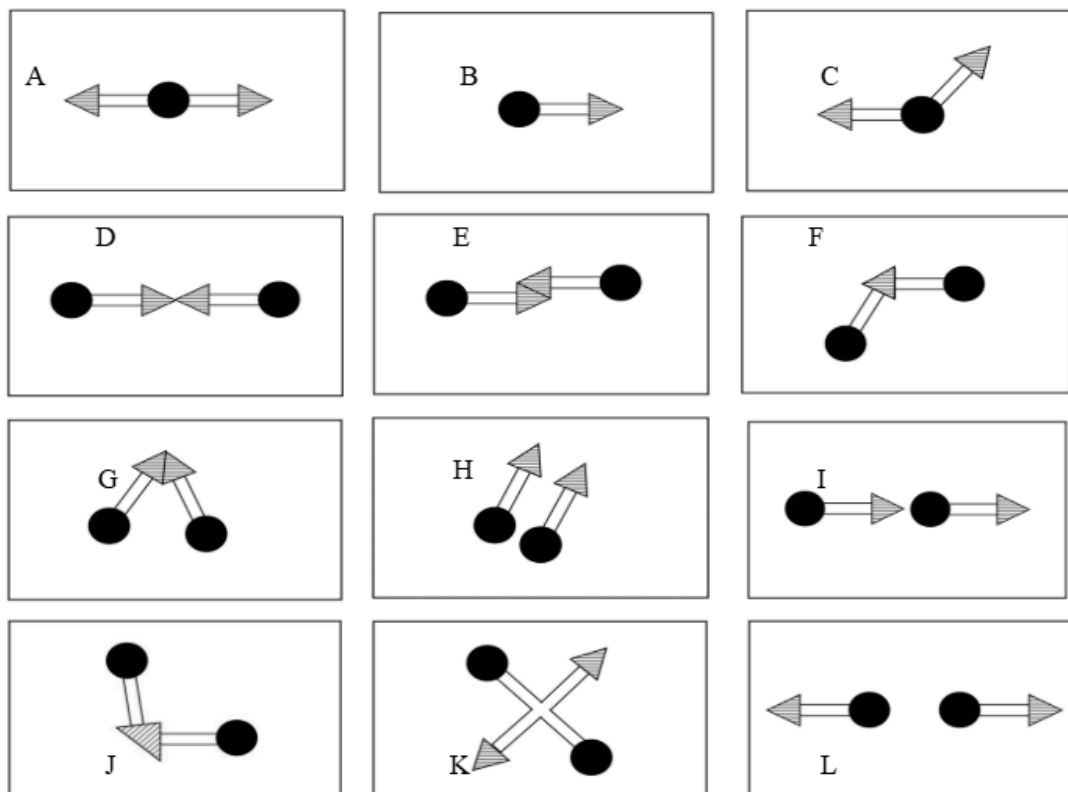
Tarefa 1 para alunos do Ensino Primário

Procurando reflexões

Considera o desenho presente na seguinte carta base:



Utiliza um espelho (ou o mira) sobre a carta base de forma a obter a figura presente em cada uma das cartas seguintes.



- Foi possível reproduzir todas as figuras?
- Indica a posição do espelho (eixo de reflexão) que te permitiu obter as diferentes figuras. Faz um esboço da carta base para registar cada caso.
- Compara as tuas respostas com as dos teus colegas.

Fonte: Criação própria

Ao professor ou professor em formação inicial é proposto o seguinte:

- Resolvam a tarefa colocada aos alunos do ensino primário.
- Quais os objectivos de aprendizagem que considerariam para uma aula do ensino primário em que pretendessem aplicar esta tarefa?
- Antecipem possíveis dificuldades desses alunos durante a realização do problema e indiquem possíveis acções do professor para apoiar os alunos e superar essas dificuldades.
- Tendo em consideração as capacidades fundamentais para o desenvolvimento da visualização espacial (identificação visual, extensão visual,

discriminação visual e percepção das relações espaciais), discutam as potencialidades desta tarefa para o seu desenvolvimento nos alunos.

Recursos para realização da tarefa

- ✓ Uma folha com o enunciado do problema para cada formando;
- ✓ Um espelho (ou mira) para cada formando;
- ✓ Uma folha em branco para cada formando, para as anotações do processo da resolução da tarefa.

Estratégia e recursos para realização da tarefa

Formar grupos de três alunos no mínimo e cinco no máximo cada, e de entre os quais, um assumirá o papel de porta-voz do grupo aquando da apresentação da resolução da tarefa.

Ideias gerais a destacar por cada momento da actividade

No momento da introdução da tarefa, o professor entrega o enunciado da tarefa de formação e dialoga com os formandos para saber o entendimento que eles têm sobre o conceito de reflexão e de eixo de reflexão. No caso de algum formando ter se esquecido do conceito de reflexão e eixo de reflexão, o professor pedirá a um outro formando que explique de forma clara aos colegas. O professor esclarece em último instante em caso de insuficiência ou se tiver alguma informação adicional.

Na fase do desenvolvimento da tarefa, o formador acompanha as actividades desenvolvidas nos diferentes grupos, formula questões para a melhoria do desempenho dos grupos na resolução da tarefa, ajudando desta maneira os formandos a ultrapassar eventuais dificuldades e identifica as diferentes descobertas na resolução criando condições para a fase seguinte da aula.

Resoluções possíveis para a tarefa	1) Reproduzir as figuras com o espelho (ou mira) procurando o eixo de reflexão; 2) Indicar a posição do espelho (ou mira) “eixo de reflexão” que permitiu obter as diferentes figuras, fazendo o esboço da figura 1 para registar cada caso; 3) Comparar as respostas obtidas com as dos colegas;
Dificuldades previstas	1. Conceito de reflexão e de eixo de reflexão; 2. Utilizar correctamente o espelho (ou mira) para identificar se as figuras presentes em cada uma das cartas foram obtidas a partir da carta base; 3. Considerar correctamente as diferentes figuras que é possível obter a partir da carta base.

Para tal o professor ajudará os alunos a ultrapassarem essas dificuldades com questões como:

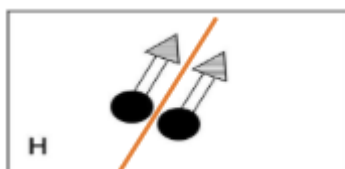
- ✓ Podem colocar o espelho (ou mira) junto a carta original. O que veem?
- ✓ A imagem produzida é congruente à original? Qual é o nome da linha que divide essas duas figuras, sendo uma a reflexão da outra?

✓ O que acontecerá se rodarmos esta linha em torno de um ponto?

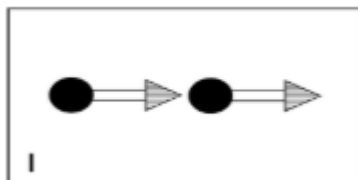
1) Na fase de discussão da tarefa, propõe-se que, em grande grupo, se proceda à discussão colectiva das diferentes resoluções, bem como dos diferentes registos pelos diferentes pares. A ordem das apresentações de cada tarefa dependerá da observação realizada na fase 2 da aula, respeitando a sequência das questões da tarefa.

Nesta mesma fase da aula, deve-se ter em consideração as diferentes respostas dos alunos. Nem todos identificaram os eixos de forma correcta, nem todos consideraram ser possível a partir da carta base obter uma determinada figura, por vezes podem ter identificado essa possibilidade e não se verificar realmente uma reflexão. Todos esses aspectos devem ser tidos em conta no momento da discussão colectiva. Por vezes respostas positivas que não o são podem estar associadas a figuras que aparentam ter e não ter eixo de reflexão.

Por exemplo, a carta H pode parecer que não pode ser obtida e, de facto pode, o eixo é que toma uma posição exterior à figura e paralelamente ao corpo da seta.



Em contrapartida perante a carta I podem pensar que é possível encontrar um eixo de reflexão mas não é possível colocar um eixo de reflexão na carta base para a obter a carta I.



No entanto, todas as situações devem ser objecto de análise e cada carta pode ser objecto de análise. Por exemplo, na carta I uma seta pode ser obtida da outra a partir de uma translação. Durante a discussão deve ficar claro para todos os formandos as cartas que podem e não podem ser obtidas a partir da carta base e é importante que seja dado tempo para verificarem eles próprios com o material que têm no grupo.

2) Na fase de sistematização das aprendizagens, pretende-se que o professor sintetize, com o contributo dos alunos, as ideias essenciais associadas à exploração desta tarefa de formação, das quais destacam-se as seguintes:

1. Desenvolvimento do sentido espacial com base nas capacidades de visualização espacial;
2. A importância da compreensão de diferentes elementos geométricos e uso da respectiva linguagem;
3. Identificação de reflexões na natureza e na arte;

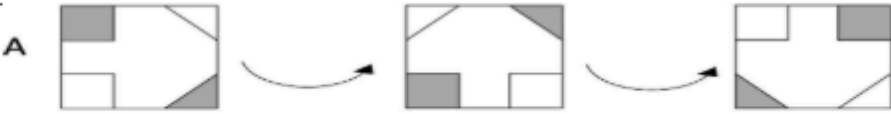
4. A importância da antecipação de possíveis abordagens dos alunos;
A antecipação de dificuldades e de formas de as superar.

Tarefa de formação 2 – Isometrias com espelhos
Considera os seguintes cartões



1. Considera as sequências de imagens resultante de sucessivas transformações geométricas. Identifica em cada caso as transformações presentes.

A



B



2. Para cada uma das situações anteriores será possível identificar uma única transformação geométrica que permita obter a terceira figura a partir da primeira? Explica a tua resposta.

Fonte: Criação própria

2. Para cada uma das situações anteriores será possível identificar uma única transformação geométrica que permita obter a terceira figura a partir da primeira? Explica a tua resposta.

1. Resolvam a tarefa colocada aos alunos do ensino primário.
2. Quais os objectivos de aprendizagem que considerariam para uma aula do ensino primário em que pretendessem aplicar esta tarefa?
3. Antecipem possíveis dificuldades desses alunos durante a realização do problema e indiquem possíveis acções do professor para apoiar os alunos e superar essas dificuldades.
4. Tendo em consideração as capacidades fundamentais para o desenvolvimento da visualização espacial (identificação visual, extensão visual, discriminação visual e percepção das relações espaciais), discutam as potencialidades desta tarefa para o seu desenvolvimento nos alunos.

Recursos para realização da tarefa

- ✓ Uma folha com o enunciado do problema para cada aluno;
- ✓ Um espelho para cada aluno;
- ✓ Uma folha em branco para cada formando, para as anotações do processo da resolução da tarefa.

Estratégia para realização da tarefa

- ✓ Formar grupos de três alunos no mínimo e cinco no máximo cada, e de entre os quais, um assumirá o papel de porta-voz do grupo aquando da apresentação da resolução da tarefa.

Ideias gerais a destacar por cada momento da actividade

1) No momento da introdução da tarefa, o professor entrega o enunciado da tarefa de formação e dialoga com os formandos para saber o entendimento que eles têm sobre transformações geométricas, de modo particular sobre reflexões e rotações.

No caso de algum formando ter-se esquecido do conceito de reflexão, de rotação ou de outro tipo de isometria, o professor pedirá a um outro formando que explique de forma clara aos colegas. O professor esclarece em último instante em caso de insuficiência ou se tiver alguma informação adicional.

2) Na fase do desenvolvimento da tarefa, o formador acompanha as actividades desenvolvidas nos diferentes grupos, formula questões para a melhoria do desempenho dos grupos na resolução da tarefa, ajudando desta maneira os formandos a ultrapassar eventuais dificuldades e identifica as diferentes resoluções criando condições para a fase seguinte da aula.

Resoluções possíveis para a tarefa	1) Descoberta de reflexões e rotações; 2) Identificação de uma única transformação geométrica que permita obter a terceira figura a partir da primeira. Explicação da resposta;
Dificuldades previstas	1) Utilizar o espelho (ou mira) procurando isometrias; 2) Conceito de transformações geométricas; 3) Conceito de isometria: translação, reflexão e rotação; 4) Identificação do tipo de isometria presente em cada transformação, principalmente quando eles são apresentados em simultâneo numa transformação; 5) Fazer rotação de objectos mentalmente;

Para tal o professor ajudará os alunos a ultrapassar essas dificuldades com questões como:

- ✓ Perguntar o conceito que os alunos têm sobre transformações geométricas; por reflexão, por translação e por rotação;
- ✓ É possível identificar directamente a reflexão ou a rotação? E se não, podes fazer primeiro um deles e com a imagem encontrada fazer o outro. Explica como encontraste a resposta.

3) Na fase de discussão da tarefa, propõe-se que, em grande grupo, proceda-se à discussão colectiva das diferentes respostas, bem como dos diferentes registos dos grupos. A ordem das apresentações de cada tarefa dependerá da observação realizada na fase 2 da aula, respeitando a sequência das questões da tarefa.

Nesta mesma fase da aula, deve-se ter em consideração a complexidade da resolução que deve ser apresentada de forma gradual, de modo a que todos os formandos consigam acompanhar a discussão coletiva. Ao longo das apresentações, sempre que necessário, o formador deverá pedir explicações para a compreensão da resolução apresentada, envolvendo sempre os restantes formandos quer na formulação de questões quer na ajuda das justificações.

4) Na fase de sistematização das aprendizagens, pretende-se que o professor sintetize, com o contributo dos estudantes, as ideias essenciais associadas à exploração desta tarefa de formação, das quais destacam-se as seguintes:

Desenvolvimento do sentido espacial com base nas capacidades de visualização espacial;

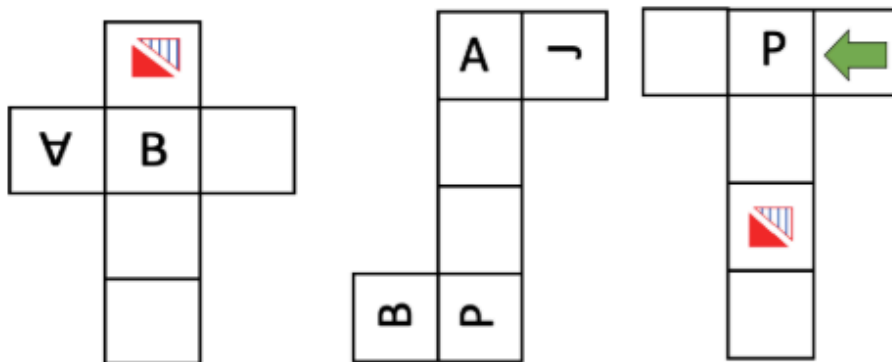
1. Diferentes transformações do plano: translação, reflexão e rotação;
2. Importância do estudo dos ângulos nas transformações por rotação;
3. Identificação de isometrias na natureza e na arte;
4. A importância da antecipação de possíveis abordagens dos alunos;

A antecipação de dificuldades e de formas de as superar.

Tarefa de formação 3 – Figuras das faces de um cubo

Problema das “figuras das faces de um cubo planificado”

As três planificações são do mesmo cubo. Coloca as figuras que faltam, prestando atenção à posição de cada uma.



Fonte: Criação própria

Recursos para a realização da tarefa

- ✓ Uma folha com o enunciado do problema para cada formando ou, como alternativa, projetar o problema, ou ainda, enviar o enunciado;
- ✓ Três hexaminós recortados do enunciado para cada estudante;
- ✓ Uma folha em branco A4 para cada formando ou uma folha para as anotações do processo da resolução da tarefa.

Estratégia para realização da tarefa

- ✓ Formar grupos de quatro ou cinco formandos cada, e de entre os quais, um assumirá o papel de porta-voz do grupo aquando da apresentação da resolução da tarefa.

Ideias gerais a destacar por cada momento da actividade

1) No momento da introdução da tarefa, o professor entrega folha com o enunciado do problema para cada formando e dialoga com os formandos para saber o entendimento que eles têm sobre “conceitos de cubo, seus elementos, propriedades e planificação”.

No caso de algum formando ter esquecido os elementos do cubo, suas propriedades e planificação, o formador pode pedir que um outro formando explique de forma clara aos colegas. O professor esclarece em último instante em caso de insuficiência ou se tiver alguma informação adicional.

2) Na fase do desenvolvimento da tarefa, o formador acompanha as actividades desenvolvidas nos diferentes grupos, formula questões para a

melhoria do desempenho dos grupos na resolução da tarefa, ajudando desta maneira os formandos a ultrapassar eventuais dificuldades e identifica os diferentes processos de resolução criando condições para a fase seguinte da aula.

Resoluções possíveis para a tarefa	1) Construção dos três cubos com as planificações disponibilizadas; 2) Preencher as planificações sem recorrer à construção de cubos; 3) Os formandos podem tentar preencher um cubo completamente antes de transitar para outro, revelando-se mais complexa a resolução.
Dificuldades previstas	1) Conceito de cubo; 2) As propriedades do cubo; 3) Identificar se um hexaminó é ou não planificação de um cubo; 4) Identificar as faces adjacentes e oposta de uma determinada face; 5) Colocar correctamente as figuras tendo em conta suas posições;

Para tal o professor ajudará os alunos a ultrapassarem essas dificuldades com questões como:

- ✓ O que é um cubo? Que elementos tem um cubo? Quais as suas propriedades?
- ✓ Quais são faces adjacentes e oposta a uma determinada face?
- ✓ Quais as figuras em falta em cada planificação? Qual é a orientação que deve tomar tendo em conta a relação que tem com outra figura?

3) Na fase de discussão da tarefa, propõe-se que, em grande grupo, proceda-se a discussão colectiva das diferentes resoluções, bem como dos diferentes registos pelos diferentes grupos. A ordem das apresentações de cada tarefa dependerá da observação realizada na fase 2 da aula, respeitando a sequência das questões da tarefa.

Nesta mesma fase da aula, deve-se ter em consideração a complexidade da resolução que deve ser apresentada de forma gradual, de modo a que todos os formandos consigam acompanhar a discussão coletiva. Ao longo das apresentações, sempre que necessário, o formador deverá pedir explicações para a compreensão da resolução apresentada, envolvendo sempre os restantes formandos quer na formulação de questões quer na ajuda das justificações. Nesta tarefa alguns formandos podem não conseguir completar, ou podem fazê-lo de forma incorreta. Mas entre aqueles que conseguem completar podem ser seguidos diferentes caminhos para o conseguir.

4) Na fase de sistematização das aprendizagens, pretende-se que o professor sintetize, com o contributo dos estudantes, as ideias essenciais associadas à exploração desta tarefa de formação, das quais destacam-se as seguintes:

Desenvolvimento do sentido espacial com base nas capacidades de visualização espacial;

- ✓ O conceito de cubo e seus elementos (face, aresta e vértice);
- ✓ As propriedades do cubo;
- ✓ O conceito de poliminó;
- ✓ A planificação de um cubo é um hexaminó, mas nem todo hexaminó é planificação de um cubo;
- ✓ Justificar as respostas;
- ✓ A importância da antecipação de possíveis abordagens dos alunos;
- ✓ A antecipação de dificuldades e de formas de as superar;

Seguem-se algumas questões e as possíveis respostas das restantes questões da tarefa de formação em que os professores se podem basear quando pensarem em implementar a primeira parte da tarefa de formação (ou seja, o anexo 5B – Tarefa EP5) com os seus futuros alunos do Ensino Primário.

5) Quais os objectivos de aprendizagem que considerariam para uma aula do ensino primário em que propusessem esta tarefa? Apresentem algumas razões que fundamentem a vossa escolha.

Para uma aula do Ensino Primário em que propusessem o problema apresentado, os objectivos de aprendizagem poderiam ser:

- ✓ Compreender o conceito de cubo;
- ✓ Identificar os elementos do cubo (face, aresta e vértice);
- ✓ Compreender as propriedades do cubo;
- ✓ Compreender o conceito de poliminó;
- ✓ Compreender que a planificação de um cubo é um hexaminó;
- ✓ Justificar as respostas;
- ✓ Desenvolver as capacidades de visualização espacial.

Possíveis dificuldades dos alunos:

Ao apresentar a tarefa 3 aos alunos do ensino primário, prevê-se que os alunos apresentem algumas dificuldades que a seguir destacamos:

- ✓ Conceito de cubo;
- ✓ As propriedades do cubo;
- ✓ Identificar se um hexaminó é ou não planificação de um cubo;
- ✓ Identificar as faces adjacentes e oposta de uma determinada face;
- ✓ Colocar correctamente as figuras tendo em conta suas posições.

Para tal o professor ajudará os alunos a ultrapassarem essas dificuldades com questões como:

- ✓ O que é um cubo? Que elementos tem um cubo? Quais as suas propriedades?
- ✓ Quais são faces adjacentes e oposta a uma determinada face?
- ✓ Quais as figuras em falta em cada planificação? Qual é a orientação que deve tomar tendo em conta a relação que tem com outra figura?

Tendo em conta as capacidades da visualização, nesta tarefa destacamos, a coordenação visual-motora, que, será desenvolvida no momento colocar as figuras em falta; percepção da posição no espaço ao identificar as figuras iguais mas colocadas em orientações diferentes, percepção de relações espaciais será desenvolvida ao identificar a relação entre os componentes do cubo em relação às posições.

CONCLUSÕES

Depois de desenvolvidas as actividades, chegamos às seguintes conclusões:

- ✓ O conhecimento geométrico deve ser construído gradualmente;
- ✓ Dos 5 níveis de pensamento geométrico desenvolvidos pelos Van Hiele, os 3 primeiros níveis têm relevância para a geometria ensinada nas escolas e os dois últimos níveis apenas aplicam-se à formação e trabalho de matemáticos;
- ✓ A capacidade de visualização engloba a forma como os alunos percebem o mundo que os rodeia e a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações dos objectos;
- ✓ Há uma grande relação entre as capacidades de visualização apresentadas por Del Grande e as apresentadas por Ruiz e Lupiáñez. Uma delas é a relação entre constância perceptual e a identificação espacial, e, sem deixar de parte as abordadas por ambos que são a discriminação visual e percepção das relações espaciais;
- ✓ A realização de tarefas do género, propicia o desenvolvimento de capacidades de visualização;
- ✓ Tendo em conta a pouca exploração do tema geometria, grandeza e medida no Ensino Primário, comprometemo-nos continuar a fazer estudos aprofundados do tema, a realizar seminários de capacitação e apoio aos professores e/ou futuros professores do Ensino Primário levando-os a realizar estas e outras tarefas.

REFERÊNCIAS

- Costa, A. P., & Santos, M. C. (2017). O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica Vanhieliana. *Revista Educação Matemática em Foco*.
- Couto, F., Ferreira, A., Alegre, D., & Pimentel, E. (2025). A integração de recursos tecnológicos nas aprendizagens essenciais de Geometria. Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana. <https://doi.org/10.51359/2177-9309.2025.267318>.
- Duarte, N., Faria, F., & Ponte, J. P. (2024). Preparar e conduzir a discussão coletiva em matemática. *Educação e Matemática*, 171, 11–14.
- Fernandes, M., & Mestrinho, N. (2025). O pensamento geométrico de alunos do 4.º

- ano: Análise através da teoria de van Hiele. *Revista Interacções*, 21(71), 1–39. <https://doi.org/10.25755/int.41528>
- Martinho, M. H. (2017). *Matemática: Geometria e sentido espacial*. Ministério da Educação, Ensino Superior e Investigação Científica da República da Guiné-Bissau.
- Martins, M., Duarte, N., & Ponte, J. P. da. (2023). Estudo de aula na formação inicial de professores de matemática: Aspectos-chave que promovem o desenvolvimento do conhecimento didático dos futuros professores. *Quadrante*, 32(1), 120–141. <https://doi.org/10.48489/quadrante.28737>
- Matos, J. M., & Gordo, M. F. (1993). *Visualização espacial: algumas actividades*. Educação e Matemática.
- MED (2022). *Programa do Ensino Primário (2.ª ed.)*. Luanda: Editora Moderna.
- Oliveira, W. F. S., & Cristovão, E. M. (2022). Geometria espacial nas questões do Enem: Uma análise a partir dos níveis de van Hiele. *Educação Matemática em Revista*, 27(74), 104–116. <https://doi.org/10.37001/emr.v27i74.2731>
- Ponte, J. P. da (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI, *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Universidade de Lisboa.
- Rosa, T. C. de P., & Freitas, R. C. de O. (2024). O uso da realidade aumentada em uma atividade investigativa de geometria no ensino médio. *Revista Observatório de la Economía Latinoamericana*, 22(10), e7024. <https://doi.org/10.55905/oelv22n10-038>
- Serrazina, M. L., Breda, A., Menezes, L., Oliveira, P., & Sousa, H. (2011). *Geometria e medida no ensino básico*. Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 13(14), 66-91.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.
- Silva, C. M. da, & Mathias, C. V. (2023). Aspectos teóricos acerca de tarefas que desenvolvem as habilidades de visualização espacial [Preprint]. *SciELO Preprints*. <https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.6323>
- Silva, P. A. de C., Zogaib, S. D., & Filho, A. M. O. (2025). Sentido espacial na infância e educação matemática: Uma revisão sistemática de artigos internacionais. *Revista Baiana de Educação Matemática*, 6(1), e202517. <https://doi.org/10.47207/rbem.v6i1.23647>
- Souza, D. S., & Mattos, F. R. P. (2024). A importância da visualização no ensino de Geometria. *e-Mosaicos*, 13(31). <https://doi.org/10.12957/e-mosaicos.2024.74262>.
- Teixeira, M. S. M. (2008). *O pensamento geométrico no 1.º ano de escolaridade*. Universidade de Lisboa.
- Walle, J. A. (2001). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (4th ed.). Addison Wesley Longman.