www.revistaft.com.br

Revista FT | ISSN 1678-0817 | v. 30, n. 164, 2026 | DOI: 10.69849/k2vz7t33

Demonstrações do Teorema de Napoleão com o auxílio da geometria

Proofs of Napoleon's Theorem with the aid of geometry

João Marcos Dias Muniz[1]
Nilmar Almeida da Fonseca Filho[2]

RESUMO

O presente trabalho realizou uma revisão bibliográfica sobre o Teorema de Napoleão, resultado clássico da geometria plana que afirma que, ao construir triângulos equiláteros sobre os lados de um triângulo qualquer, os centros desses triângulos formam outro triângulo equilátero. O estudo analisou a origem histórica do teorema, destacando que sua associação a Napoleão Bonaparte não possui comprovação documental, sendo mais uma construção cultural do que uma autoria efetiva. Foram investigadas diferentes abordagens de demonstração presentes na literatura matemática, incluindo métodos geométricos, algébricos, analíticos e tecnológicos. A pesquisa, de caráter bibliográfico e exploratório-descritivo, organizou e comparou contribuições de diversos autores, evidenciando que o teorema pode ser compreendido por diferentes perspectivas, como o uso de números complexos, transformações geométricas e ferramentas digitais de ensino. Os resultados indicam que essas abordagens são complementares e ampliam a compreensão do teorema, revelando suas conexões com outros conceitos da geometria e sua relevância no desenvolvimento do pensamento matemático. Conclui-se que o Teorema de Napoleão ultrapassa sua forma clássica, integrando-se a uma rede mais ampla de relações geométricas e oferecendo contribuições significativas tanto para a pesquisa matemática quanto para o ensino da geometria.

Palavras-chave: Teorema de Napoleão; Geometria plana; Demonstrações matemáticas; Números complexos; Ensino de matemática.

ABSTRACT

This paper presents a bibliographic review of Napoleon’s Theorem, a classical result in plane geometry which states that when equilateral triangles are constructed on the sides of any given triangle, the centers of these triangles form another equilateral triangle. The study analyzes the historical origin of the theorem, emphasizing that its association with Napoleon Bonaparte lacks documentary evidence and is mainly a cultural attribution rather than a verified authorship. Different proof approaches found in the mathematical literature were investigated, including geometric, algebraic, analytic, and technological methods. The research adopts a bibliographic and exploratory-descriptive methodology, organizing and comparing contributions from various

[1] Graduando em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal do Piauí (IFPI). E-mail: joaomarcosmuniz98@gmail.com.
[2] Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Piauí (UFPI), docente do Instituto Federal do Piauí (IFPI), Campus Floriano. Possui Licenciatura em Matemática e especialização em Docência do Ensino Superior. E-mail: nilmar.fonseca@ifpi.edu.br.

authors. The analysis shows that the theorem can be understood from multiple perspectives, such as the use of complex numbers, geometric transformations, and dynamic geometry software. The results indicate that these approaches are complementary and broaden the understanding of the theorem, highlighting its connections with other geometric concepts and its relevance to the development of mathematical thinking. It is concluded that Napoleon's Theorem goes beyond its classical formulation, being part of a broader network of geometric relationships, and it offers significant contributions both to mathematical research and to the teaching of geometry.

Keywords: Napoleon's Theorem; Plane geometry; Mathematical proofs; Complex numbers; Mathematics education.

INTRODUÇÃO

O Teorema de Napoleão é o incrível resultado da geometria que demonstra a conexão entre triângulos equiláteros ou qualquer triângulo. Segundo esse teorema, ao construir triângulos equiláteros em cada lado de qualquer triângulo, os centros desses triângulos formam um novo triângulo equilátero. Esse teorema é fascinante porque é algo simples, mas bonito, que resulta em diferentes formas geométricas que se conectam, o que de certa forma destaca a quão bonita e harmônica é a matemática.

No entanto, embora Napoleão Bonaparte (1769–1821) seja conhecido por sua carreira militar e política, ele também demonstrou grande interesse pela área da ciência, especialmente a matemática. O teorema recebeu seu nome, ainda que não haja evidências claras de que foi Napoleão quem o criou ou demonstrou (Jacomeli; Souza; Opazo, 2019).

Ao decorrer da história vários matemáticos, como Jean-Victor Poncelet e outros, contribuíram para a compreensão e demonstração deste teorema, que destaca a evolução do pensamento geométrico. Diz-se que antes de governar a França, Napoleão travou um debate com dois grandes matemáticos: Laplace e Lagrange. Este último teria recebido a demonstração feita por Napoleão. Em 1955, um matemático chamado Barlotti mostrou que a mesma "ideia" usada no teorema de Napoleão (Freitas, 2013).

Nesse contexto, a geometria é uma área da matemática que sempre prendeu a atenção dos estudiosos, tanto pela sua beleza estética quanto pela profundidade de suas aplicações. Dentro deste campo, muitos teoremas revelam conexões surpreendentes entre formas e conceitos aparentemente diferentes, desafiando o entendimento comum e destacando a elegância da matemática. O Teorema de Napoleão, um dos clássicos da geometria, oferece uma riqueza de provas, generalizações e variantes, mas, infelizmente, tem sido cada vez menos estudado nos cursos de graduação em Matemática (Jacomeli; Souza; Opazo, 2019).

Frente ao exposto, este trabalho desenvolve pesquisa bibliográfica acerca do Teorema de Napoleão, que pode ser considerado um resultado clássico da geometria plana e desperta interesse tanto por suas propriedades matemáticas, quanto por ser tradicionalmente associado a Napoleão Bonaparte. Assim, o objetivo deste trabalho é analisar, a partir da literatura estudada, a origem do teorema, seu desenvolvimento ao longo do tempo e as diferentes maneiras com que tem sido

tratado em suas demonstrações, abordando as perspectivas geométrica, algébrica, analítica e tecnológica.

A relevância desta pesquisa fundamenta-se na importância dos teoremas clássicos para a formação do pensamento matemático e para a compreensão das bases da geometria. Embora o Teorema de Napoleão seja comumente reconhecido por sua elegância e pela simplicidade de sua construção a partir de triângulos equiláteros, foi visto, durante a pesquisa, que ele não se limita a apenas uma abordagem, sendo abordado por diferentes autores de várias formas, muitas vezes de forma fragmentada. Nesse sentido, a sistematização de tais abordagens serve não apenas para reforçar a compreensão sobre o teorema, mas também para evidenciar sua colocação dentro de uma rede de relações mais ampla matemática.

Assim, o estudo buscou responder à seguinte questão norteadora: como as diferentes abordagens geométrica, algébrica, analítica e tecnológica contribuem para a compreensão, demonstração e ampliação do Teorema de Napoleão ao longo da literatura matemática. A partir dessa investigação, foram organizadas e articuladas as principais interpretações, métodos e contribuições identificadas, proporcionando uma visão mais integrada de suas formas de demonstração, de suas conexões com outros conceitos matemáticos e de sua relevância no contexto da geometria.

REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Origem e atribuição do teorema de Napoleão

Napoleão Bonaparte (1769-1821) é considerado um dos maiores generais da história e Imperador da França. Contudo, além de sua carreira política e militar, registros históricos mostram que, em sua juventude, ele também se destacou como um excelente aluno, especialmente em matemática. Napoleão nasceu na Córsega em 1769 e, após sua derrota na Batalha de Waterloo em 1815, foi exilado para a ilha de Santa Helena, no Atlântico Sul, onde permaneceu até sua morte em 1821 (ROBERTS, 2014).

Sua formação acadêmica começou na Academia Militar de Brienne-le-Château, na França, onde estudou entre 1779 e 1784. Durante esse período, destacou-se entre seus colegas por ser um aluno aplicado e, principalmente, por demonstrar grande aptidão para a matemática. Segundo Roberts (2014), Napoleão demonstrava grande facilidade com disciplinas matemáticas, tendo obtido excelentes notas em matemática pura, como álgebra, trigonometria e crônicas, além de um notável interesse por geometria. Esse desempenho acadêmico contribuiu para sua reputação de aluno diligente e intelectual, características que também influenciaram muito seu treinamento militar posterior.

Após concluir seus estudos em Brienne, Napoleão continuou seus estudos na Escola Militar de Paris. De acordo com Ni et al. (2013), ele foi entrevistado para admissão pelo famoso matemático Pierre-Simon Laplace (1749–1827), ingressando na instituição devido à sua aptidão

para a matemática. Demonstrando capacidade intelectual, Napoleão conseguiu, em apenas um ano, concluir um currículo que normalmente levava de dois a três anos (Ni et al., 2013). Ele foi então designado para a seção de matemática do Instituto Nacional de Matemática da França, o que demonstra o reconhecimento de suas habilidades (Ni et al., 2013).

A ligação histórica entre Napoleão e a matemática levou à associação de diversas ideias matemáticas ao seu nome ao longo do tempo, como o chamado Teorema Napoleônico, frequentemente relacionado ao imperador francês. No entanto, a relação direta entre Napoleão e a formulação do teorema é considerada incerta pelos historiadores da matemática. Acredita-se que sua primeira menção pode ter se originado da publicação de Wiliam Rutherford em 1825 no The Ladies' Diary, quatro anos após a morte do imperador francês. A seguinte referência ao teorema descrito pelo Sr. W. Rutherford Woodburn apareceu na página 47 do The Ladies' Diary:

> "Descreva triângulos equiláteros (os vértices sendo todos para fora ou todos para dentro) sobre os três lados de qualquer triângulo ABC: então as linhas que unem os centros de gravidade desses três triângulos equiláteros constituirão um triângulo equilátero. Esta é a referência mais antiga conhecida ao teorema de Napoleão. Acredita-se que Napoleão Bonaparte tenha estendido ainda mais esse teorema e o nomeado em sua homenagem. Nos lados de qualquer triângulo dado, todos para fora ou todos para dentro, os centros desses triângulos equiláteros formam um triângulo equilátero. O triângulo assim formado é chamado de triângulo de Napoleão (interno e externo), e a área desses dois triângulos é igual à área do triângulo original." (Ni et al., 2013).

Portanto, apesar de que Napoleão Bonaparte seja conhecido principalmente por seu desempenho no campo militar e político, sua educação formal revela bastante sua afinidade com a matemática. O desempenho dele como estudante nas academias militares evidencia o seu talento em matéria de álgebra, trigonometria e geometria, especialmente no que se refere à geometria. Nesse sentido, o fato de seu nome ser atrelado ao chamado Teorema de Napoleão revela como a sua figura histórica passou a ser relacionada também ao campo da matemática, isto é, apesar do fato não haver nenhuma prova de sua participação direta na formulação do teorema.

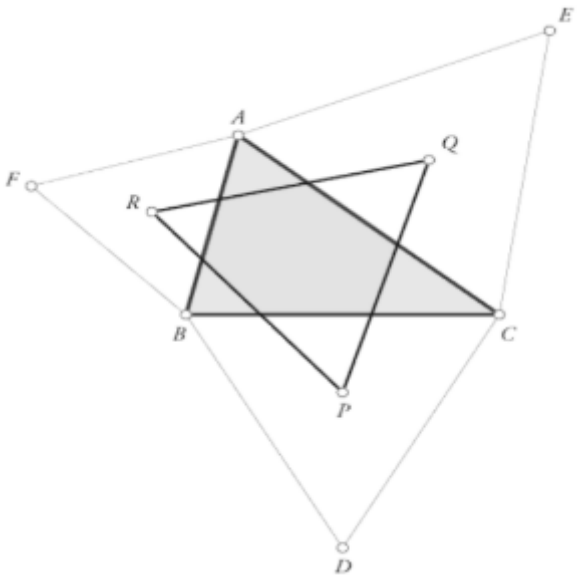
2.2 Aplicações do teorema de Napoleão

O Teorema de Napoleão revela uma propriedade inesperada e bonita das construções geométricas envolvendo triângulos. A demonstração do Teorema de Napoleão pode ser feita de várias maneiras. Uma maneira de representar o Teorema de Napoleão é da seguinte forma: como demonstra a figura 1, seja ABC um triângulo arbitrário. Com os três lados do triângulo como bases, construa três triângulos equiláteros, cada um fora de $\triangle ABC$. Em seguida, marque os centros P, Q, R desses três triângulos equiláteros. O teorema de Napoleão afirma que $\triangle PQR$ é equilátero, independentemente do formato de $\triangle ABC$ (Shirali, 2017).

Considerando as provas computacionais do estudo descrito no artigo internacional intitulado “Complex ……NAPOLEON’S THEOREM…… Made Simple”, traduzido para o português “Complexo Teorema de Napoleão Simplificado”, válida a formação de um triângulo equilátero a partir do Teorema de Napoleão. De acordo com o artigo e com base na figura 1, a

prova trigonométrica, deriva de uma expressão para o comprimento de um lado de ∆PQR em termos de os lados e os ângulos do ∆ABC (ou seja, em termos de a, b, c, A, B, C). Depois de passar pelos cálculos, descobre-se que a expressão resultante é simétrica nos parâmetros do triângulo pai. Este fato é suficiente para provar que o triângulo PQR é equilátero (Shirali, 2017).

Figura 1: Representação do Teorema de Napoleão.

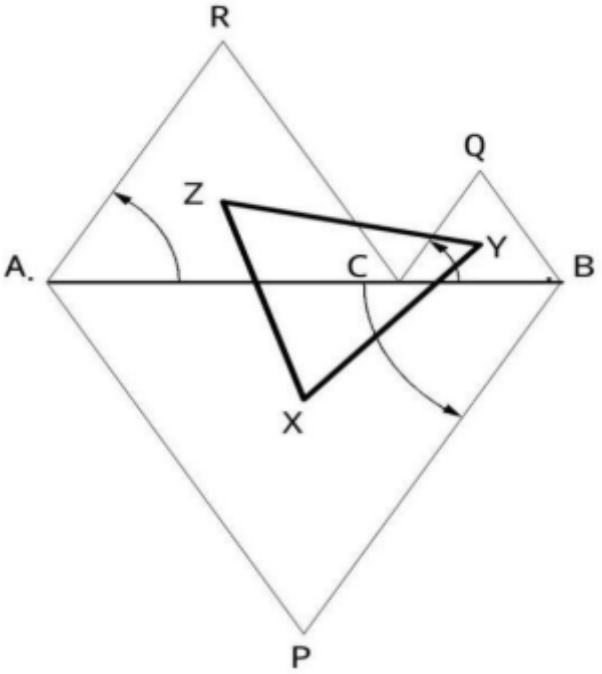


Fonte: Shirali, S. *At Right Angles*, 2017.

Em teoria, o teorema de Napoleão tem uma afirmação simples, mas sua prova espera se que um aluno do ensino médio não consiga obtê-la, por apresentar técnicas de geometria sintética com variáveis complexas (Hahn, 1994), álgebra linear (Yaglom, 1973), análise harmônica (Pech, 2001), geometria discreta (Rigby, 1988) e geometria mecanizada (Chou; Gao; Zhang, 1998). Por nosso ponto de vista ser bastante elementar.

Quando A, B e C são colineares, a formação de triângulos de Napoleão não faz sentido. Como exemplo, uma formação semelhante que permite enunciar o teorema para quaisquer vértices A, B e C e que unifica os casos interno e externo. Dadas três regiões A, B e C no plano. Rotacione o segmento AB 60º no sentido anti-horário em torno do vértice B, o segmento BC em torno de C e CA em torno de A, obtendo os pontos P, Q e R, vértices dos triângulos equiláteros ΔABP, ΔBCQ e ΔACR, respectivamente. Chamaremos o triângulo de Napoleão obtido por rotações ou, mais simplesmente, triângulo de Napoleão, aquele obtido pela união dos baricentros X, Y e Z desses três triângulos equiláteros. O triângulo de Napoleão agora está bem definido para quaisquer pontos A, B e C, mesmo quando são colineares ou coincidentes, conforme observa-se na figura 2 (Bortolossi; Lopes; tomei, 2004).

Figura 2: Outra representação do Teorema de Napoleão



Fonte: Bortolossi et el.,2004

4.3 Demonstração do teorema de Napoleão

M, N e L são os centros do triângulos semelhantes AYB, BZC e CXA. Os segmentos AZ e BX são congruentes, então CA = CX, CZ = CB e ACZ = XCB = ACB + 60°. Isso significa que os triângulos ZCA e BCX são congruentes. Portanto, é mostrado que CY = AZ = BX.

Na figura 3 os ΔZCA e ΔNCL são semelhantes pois: $\frac{LC}{AC} = \frac{NC}{ZC} = \frac{NL}{AZ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

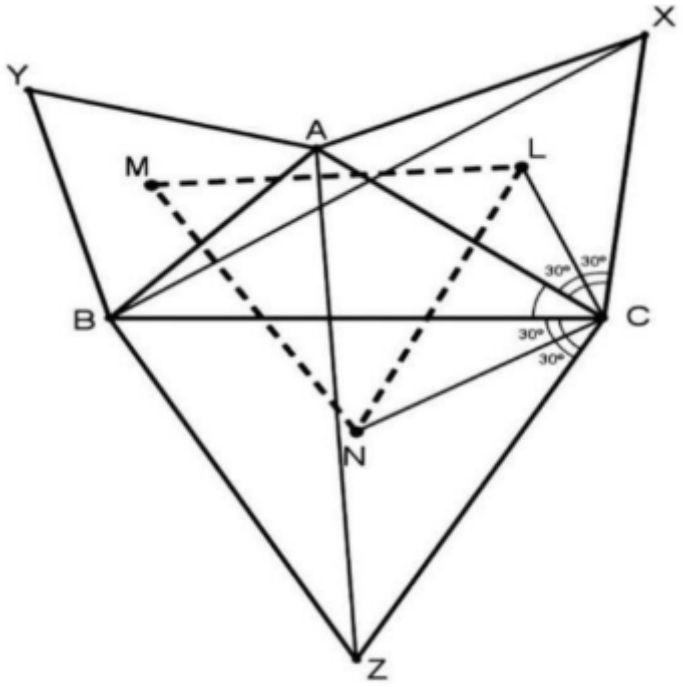
Este é o resultado de (2.33) em função de: $LC = \frac{2}{3} h_{C \times A} = \frac{AC \cdot \sqrt{3}}{3}$

Partindo de maneira semelhante ΔBAX e ΔMAL, será obtido: $\frac{LM}{BX} = \frac{MN}{CY} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

De (2.33) e (2.34) conclui-se que: $\frac{NL}{AZ} = \frac{LM}{BX} = \frac{MN}{CY}$

Como AZ = BX = CY , vem que NL = LM = MN. Portanto o triângulo MNL é equilátero.

Figura 3: Demonstração do Teorema de Napoleão.



Fonte: Freitas,2013.

Dado um triângulo ABC, os triângulos semelhantes BAY, CXA e ZCB são construídos a partir do triângulo ABC. O triângulo formado pelos centros circulares dos triângulos externos é semelhante a esses três triângulos (Freitas 2013).

METODOLOGIA

Este trabalho foi realizado por meio de uma pesquisa bibliográfica. Esta é caracterizada pela análise de materiais já elaborados, tais como artigos científicos, livros, dissertações e outros documentos de caráter acadêmico. Esse tipo de pesquisa facultaria ao pesquisador desenvolver o conhecimento em torno de determinado tema, usando produções já existentes que, por sua vez, contribuem com novos olhares e sistematizações sobre o conteúdo investigado (Gil, 2008).

A pesquisa possui caráter exploratório-descritivo e analítico, na medida em que se propõe a ampliar a compreensão sobre o Teorema de Napoleão, por meio da pesquisa por sua origem histórica, suas propriedades geométricas e as diferentes demonstrações do mesmo presente na literatura matemática. Essa abordagem possibilita, simultaneamente, tanto o aprofundamento do tema quanto a descrição sistemática de suas características (Minayo ,2012).

No desenvolvimento desta pesquisa, a metodologia foi composta por três etapas principais: levantamento bibliográfico, seleção de materiais e análise crítica, de modo que, de maneira integrada, permitiu sistematizar as informações divulgadas na literatura científica sobre o teorema em questão.

3.1 Levantamento bibliográfico

Inicialmente, foi realizada uma busca sistemática em bases de dados acadêmicas,

nacionais e internacionais, cuja meta consistiu em encontrar produções científicas acerca do Teorema de Napoleão e suas diversas abordagens matemáticas. As principais fontes consultadas foram Google Scholar; SciELO, repositórios institucionais de universidades e periódicos da especialidade na área, tanto Matemática quanto Educação Matemática.

Os descritores foram: "Teorema de Napoleão", "geometria plana", "demonstrações matemáticas", "números complexos" e "generalizações geométricas". Esses descritores possibilitaram a busca em estudos de caráter histórico, quanto em trabalhos mais voltados para a demonstração, sejam geométricas, algébricas, analíticas e tecnológicas. Como resultado dessa etapa inicial de levantamento, foram identificados 20 artigos científicos, além de livros, capítulos de livros e materiais complementares considerados pertinentes ao tema.

3.2 Seleção de materiais

Realizado o levantamento inicial nas bases de dados Google Scholar, SciELO, repositórios institucionais e periódicos da área de Matemática, foram encontrados 20 artigos científicos, além de livros e materiais complementares relacionados ao tema. Então, foi realizada uma etapa de seleção, com critérios de inclusão e exclusão utilizados, ao final se obteve 15 trabalhos (artigos e pesquisas) de teor acadêmico, selecionados para a análise final.

Foram considerados os artigos revisados por pares, publicados sob a forma de periódicos nacionais e internacionais de Matemática ou Educação Matemática e que tinham relação direta com o Teorema de Napoleão. Estes também são os estudos que apresentaram no mínimo uma demonstração geométrica, algébrica, analítica ou tecnológica, além das contribuições históricas ou didáticas relacionadas ao teorema.

Foram excluídos os materiais sem relação direta com o tema, os textos sem rigor científico como blogs ou sites não acadêmicos, artigos duplicados, publicações incompletas e sem o integral acesso ao texto, além de estudos que não apresentaram contribuições teóricas e metodológicas não relevantes. Esta filtragem garante maior consistência e qualidade ao corpus de análise.

3.3 Análise crítica

A terceira etapa foi a análise crítica dos 15 artigos selecionados visando a identificação de convergências, divergências e complementaridades entre as diferentes abordagens do Teorema de Napoleão. De acordo com Gil (2008), esta fase é a que permite realizar a interpretação dos dados obtidos e a relação entre as distintas contribuições teóricas.

Foram verificadas as abordagens geométrica, algébrica, analítica, tecnológica e histórica, visando compreender como o teorema é demonstrado e interpretado na literatura matemática. Além disso, foram elaboradas tabelas comparativas para sistematizar as informações, facilitando a

visão das principais contribuições dos autores. Com isso, a metodologia utilizada possibilitou organizar e articular diferentes perspectivas do Teorema de Napoleão, evidenciando a sua diversidade de abordagens e a sua importância na geometria e na matemática contemporânea.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Interpretações históricas e atribuição do teorema de napoleão

Antes da análise das aplicações e demonstrações do teorema, apresenta-se uma tabela com os dados gerais das principais fontes de caráter histórico a respeito da origem do Teorema de Napoleão. Nela, foram reunidos diferentes tipos de materiais como: enciclopédias, trabalhos acadêmicos e textos de divulgação para mostrar a interpretação de cada autor quanto ao teorema e sua relação com Napoleão Bonaparte. Dessa forma, foi possível realizar uma comparação entre as ideias, além de identificar semelhanças e diferenças, e perceber como o contexto histórico e científico influência na interpretação da origem do teorema, cujos detalhes serão discutidos em seguida.

Tabela 1 - Panorama histórico e teórico do Teorema de Napoleão: fontes, abordagens e contribuições.

Autor / título	Tipo de fonte	Abordagem	Contribuição teórica
1- HANDWIKI (2022): Napoleon's theorem	Enciclopédia científica histórica	Apresenta o Teorema de Napoleão, suas propriedades geométricas e menção à atribuição histórica	Indica que a associação com Napoleão é tradicional, mas não comprovada
2- ÁLVAREZ (2025): Two mathematical theorems bear Napoleon's name. Was he also a genius of geometry?	Divulgação histórica	Discute a relação de Napoleão com a ciência e questiona sua autoria em teoremas matemáticos	Contextualiza o ambiente científico da época napoleônica
3- GONZAGA (2015): Teorema de Napoleão: origem, demonstrações e aplicações	Dissertação acadêmica (UFG)	Analisa o teorema sob perspectivas histórica, conceitual e matemática, incluindo biografia de Napoleão	Integra contexto histórico com desenvolvimento matemático do teorema
4- RODRÍGUEZ (2024): O problema matemático que intrigava Napoleão e que se aplica em IA e no carreto da sua mudança	Divulgação científica / jornalística	Discute o interesse de Napoleão por ciência e problemas matemáticos, relacionando-os a aplicações modernas como IA e transporte ótimo	Evidencia o envolvimento de Napoleão com a ciência e seu impacto indireto na matemática
5- GRÜNBAUM (2012): . Is Napoleon's Theorem Really Napoleon's Theorem?	Artigo matemático	Discute propriedades e aspectos históricos do teorema	Indica que o teorema foi publicado no século XIX sem atribuição direta a Napoleão

Fonte: Autor da pesquisa (2026)

A partir dessa organização inicial, torna-se possível avançar para uma análise mais aprofundada das fontes, na qual se evidenciam tensões e convergências entre os diferentes discursos. Nesse cenário, a análise conjunta revela que a origem do Teorema de Napoleão é marcada por um embate entre a tradição histórica e o rigor matemático.

Nesse sentido, o HandWiki (2022) apresenta o teorema na forma enciclopédica, destacando suas propriedades geométricas e referindo-se à sua associação histórica com Napoleão Bonaparte. No entanto, a própria fonte assume que essa associação não é verídica, o que já

constitui uma queda do contexto da tradição da evidência histórica.

Essa mesma linha de problematização é reforçada por Branko Grünbaum (2012), ao tratar o teorema sob uma perspectiva mais rigorosa da Matemática, sustenta que a sua publicação no século XIX não tem nenhuma referência direta ao imperador, o que enfraquece ainda mais a possibilidade da autoria. No entanto, ao considerar abordagens de historicidade e de interpretação, como a de Guillermo Álvarez (2025), a discussão adquire novos contornos. O autor não atribui diretamente a autoria a Napoleão, mas sim articula o teorema no contexto científico da época, sugerindo que o interesse do imperador na ciência e o contato com matemáticos podem ter contribuído para a associação de seu nome ao teorema ao longo do tempo.

Essa interpretação dialoga com a abordagem de Gean Carlos Sousa Gonzaga (2015, que oferece, em um formato acadêmico mais rigoroso, um tratamento que envolve aspectos históricos, conceituais e matemáticos, explorando a importância do conhecimento do contexto histórico, sem atribuir, no entanto, o teorema a Napoleão diretamente. De outro lado, Rodríguez (2024), ao enfatizar a preocupação de Napoleão por problemas científicos e seu envolvimento com as ideias aplicadas como as que aparecem em estudos modernos, reforça a imagem do imperador enquanto um agente cultural relacionado à ciência, apesar de sua análise não lidar com o teorema.

A partir desse conjunto de perspectivas, torna-se possível estabelecer uma leitura comparativa mais ampla. Observa-se que fontes de natureza mais estritamente matemática, como Grünbaum (2012), preferem as evidências documentais e não dão ênfase a atribuições não vindas de provas, fontes de história e de divulgação, como Álvarez (2025) e Rodríguez (2024), centram-se no ambiente cultural e no papel de Napoleão como um impulsionador da ciência.Neste sentido, Gonzaga (2015) apresenta uma posição intermediária, ao articular academicidade com contextualização histórica. O HandWiki (2022) já condensa esses pontos de vista, pelo reconhecimento da tradição associativa, mas sem dela validar um fato histórico.

Diante dessas análises, conclui-se que que o nome do Teorema de Napoleão não encontra base histórica, mas resulta, principalmente, de uma construção cultural, construída por certo tempo. Contudo, apesar de o imperador ter se manifestado quanto ao interesse pela ciência e ter se mantido próximo ao meio intelectual do seu tempo, os indícios sobre a autoria do teorema não são concretos. De modo que o nome do teorema deve ser entendido como uma referência simbólica e sua origem matemática, ligada ao desenvolvimento da geometria no século XIX.

4.2 Análise das abordagens e aplicações do teorema de napoleão – parte I

Ao estudar o Teorema de Napoleão, verifica-se que ele está além da geometria clássica euclidiana revelando suas potencialidades. As provas do Teorema dividem-se, em geral, entre geométricas, mais intuitivas, e algébricas, como as de números complexos, e até as mais diretas. Adicionalmente, estudos mais recentes ampliam seu uso para contornos mais gerais. São indícios

de que o teorema é parte de um conjunto de relações geométricas mais amplo.

Com base nessas análises, foram criadas duas tabelas com o objetivo de apresentar as diferentes formas de abordagem identificadas na literatura, oferecendo um resumo das abordagens dos autores, viabilizando a identificação de convergências e divergências entre os estudos. Para tanto, foram organizadas em colunas próprias e identificadas considerando: autor/título, tipo de abordagem, principais características e contribuições teóricas.

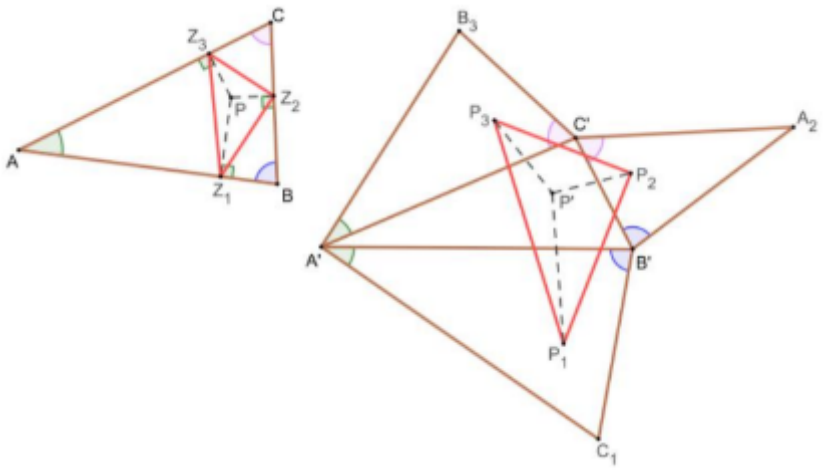
Tabela 2 – Abordagens e aplicações matemáticas do Teorema de Napoleão – Parte I

Autor / título	Tipo de abordagem	Características principais	Contribuição teórica
6 - BLAŽEK, J.; PECH, P (2025) – Generalization of Napoleon–Barlotti Theorem	Geometria clássica / Generalização	Extensão do teorema para polígonos (n-gonos) e relações com outros teoremas geométricos	Amplia o Teorema de Napoleão para estruturas mais gerais da geometria plana
7 - BLAŽEK, J.; PECH, P. (2025)- Generalization of Napoleon's Theorem: Similar triangles.	Generalização com triângulos semelhantes	Substitui triângulos equiláteros por triângulos semelhantes	Mostra que o resultado depende de simetria e proporcionalidade, não só da forma equilátera
8 - STACHEL, H. (2002) – Napoleon's Theorem and Generalizations Through Linear Maps	Geometria afim / Transformações lineares	Utiliza aplicações lineares para reinterpretar o Teorema de Napoleão	Mostra que o teorema possui natureza afim e pode ser descrito por transformações lineares,
9 - SHIRALI, Shailesh (2017) - Complex Napoleon's theorem made simple - part 2	Conexões entre teoremas	Relaciona Napoleão com outros resultados (Teorema de Morley)	Demonstrações mais curtas e elegantes
10 - HUNGERBÜHLER, Norbert (2025) - When Varignon meets Napoleon	Conexões entre teoremas	Relaciona Napoleão com outros resultados (Teorema de varignon)	Mostra integração do teorema em redes de conceitos geométricos

Fonte: Autor da pesquisa (2026)

De maneira preliminar, Blažek e Pech (2025) generaliza o Teorema de Napoleão para polígonos de ordem *n* de maneira mais ampla, demonstrando que a construção pode ser estendida para outras estruturas que vão além dos limites tradicionais da geometria plana, mesmo que esta perspectiva não seja o foco da análise em atenção.

Figura 4 – Generalização do Teorema de Napoleão a partir de transformações geométricas.



Fonte: Blažek; Pech (2025).

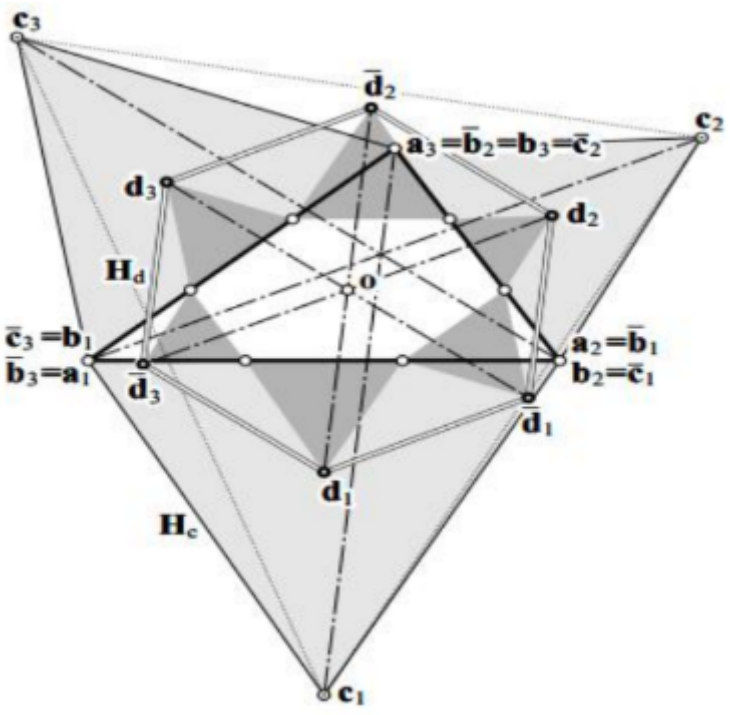
Ainda dentro do contexto das generalizações apresentadas por Blažek e Pech (2025), a ênfase, no entanto, recai na reinterpretação do teorema através do uso de transformações

geométricas, especialmente a partir do uso de triângulos semelhantes, como mostrado na Figura 4, onde o triângulo *ABC* dá origem a pontos auxiliares Z_1, Z_2e Z_3, associados a rotações e relações angulares que definem um ponto central P. A construção se amplia com novos vértices (A', B', C', A_2, B_3 C_1) e com os pontos P_1, P_2e P_3 que construam um triângulo interno semelhante ao original, enquanto indica a nova posição central após a transformação.

Assim, as duas vertentes se completam ao mostrar que o teorema não se apega somente à configuração clássica com triângulos equiláteros, mas fundamenta-se em propriedades mais gerais, como simetria e proporcionalidade, embora por um lado apresentam mais complexidade e, em alguns casos, não possua provas completas. Diferente da abordagem usual, Stachel (2002) apresenta o Teorema de Napoleão através de transformações lineares, evidenciando seu caráter afim. Assim, as construções geométricas podem ser concebidas como aplicações entre os pontos do plano e novas estruturas são obtidas a partir de uma figura inicial.

A Figura 5 retrata essa ideia, utilizando uma configuração associada ao teorema de Fukutã. Para isso, observa-se um conjunto que se organiza em torno de um hexágono, cujos vértices são os pontos , b_i, c_i e d_i, significando diferentes estágios de transformações geométricas. O ponto *0* ao centro é utilizado como centro, enquanto o hexágono interno é utilizado para indicar a estrutura regular que é o resultado das transformações. As linhas contínuas e tracejadas indicam as relações entre os pontos e demonstram que as rotações e quebras geométricas irá gerar novas configurações com as mesmas propriedades de estrutura. Os pontos como H_c e H_d reforçam a presença de centros associados à construção (Stachel,2002).

Figura 5 – Representação geométrica associada ao Teorema de Fukutã, evidenciando relações com o Teorema de Napoleão por meio de transformações lineares.

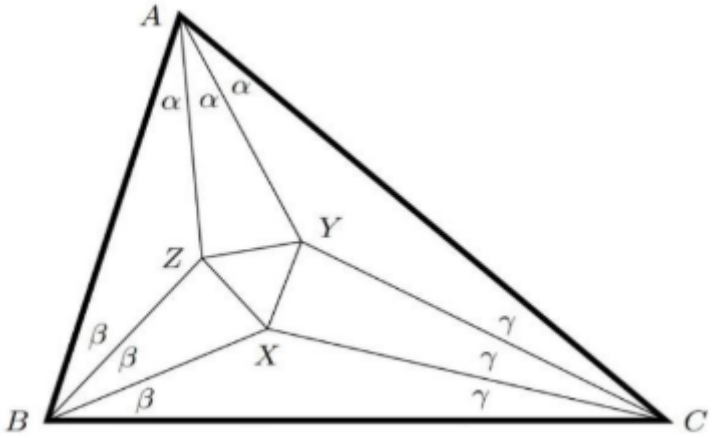


Fonte: Stachel (2002)

Dessa forma, a figura mostra que o teorema de Napoleão poderia ser estendido para um sistema mais complicado de relações geométricas, um sistema onde um triângulo inicial se transforma, por meio de transformações lineares, em estruturas semelhantes a hexágonos. Embora essa ampliação do entendimento teórico do assunto tenha um grau maior de abstração do que as construções geométricas usualmente utilizadas.

Por outro lado, as abordagens analíticas apresentam os caminhos mais curtos para demonstração do teorema. Em seu estudo Shailesh Shirali (2017), utiliza números complexos para representar os vértices de um triângulo no plano e considera rotações de 60∘ como operações algébricas, que são utilizadas ao longo do trabalho. Além disso, o autor enumera o Teorema de Morley e menciona suas similaridades em relação ao Teorema de Napoleão. Portanto, as construções geométricas são substituídas por manipulações simbólicas, o que resulta em demonstrações mais elegantes e sintéticas do teorema.

Figura 6 – Interseção das trissecatrizes e a formação do triângulo equilátero - Teorema de Morley.

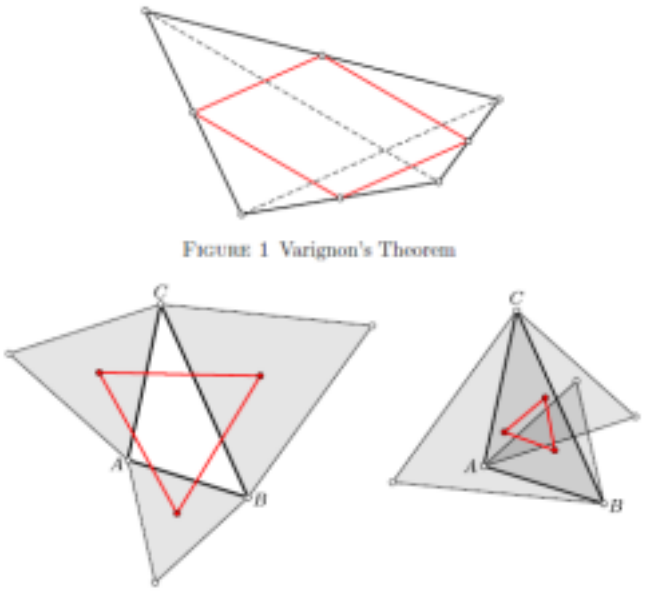


Fonte: Shirali (2017)

Complementarmente, a figura 6 representa o Teorema de Morley, o qual afirma que ao trisecar os ângulos internos de qualquer triângulo dado (frequentemente denominados por α, β e *y*), forma-se um triângulo equilátero central. A relação deste resultado para com o Teorema de Napoleão está em gerar um plano regular partindo de uma determinada configuração arbitrária. Se, então, no Teorema de Napoleão, os triângulos equiláteros externos formam um novo triângulo equilátero, no Teorema de Morley este mesmo padrão ocorre internamente, a partir da trissecção (Shirali,2017). Desta forma, ambos resultam em propriedades da Geometria pura do plano, isto é, a aplicação de relações simétricas, invariantes envolvendo invariância sob rotações ou divisões angulares, o que denotaria o caso de Morley, geram estruturas equilibradas independente da configuração inicial do triângulo.

Além disso, Norbert Hungerbühler (2025) investiga as inter-relações do Teorema de Napoleão com outros teoremas clássicos da geometria, tais como o Teorema de Varignon, mostrando que diferentes construções têm estruturas semelhantes, de modo que compartilham alguns princípios, tal como simetria, paralelismo e o uso de pontos médios.

Figura 7 – Teorema de Varignon e teorema de Nopoleão.



Fonte: Hungerbühler (2025)

Nesse sentido, a figura 7 expressa o conceito de emergência da ordem do caos, apresentando teoremas que revelam a existência de estruturas perfeitas dentro de polígonos irregulares. Na parte de cima temos o Teorema de Varignon que nos diz que os pontos médios de qualquer quadrilátero sempre formam um paralelogramo (Norbert Hungerbühler, 2025).

Na figura 7, abaixo, as duas figuras se referem ao Teorema de Napoleão (em suas versões externa e interna). Esses esquemas juntos fazem ver que a aplicação de regras simétricas, seja uma por um ponto médio ou uma outra por uma construção angular, transforma a irregularidade inicial em uma harmonia geométrica por completo.

Conforme mostrado tanto em Varignon quanto em Napoleão, a implementação de regras geométricas fundamentadas em uma forma de simetria modifica as disposições aleatórias em arranjos regulares de modo que se cria a percepção de que tais teoremas pertencem a uma rede de relações geométricas que expõem padrões de ordem debaixo da geometria plana (Hungerbühler , 2025).

Dessa forma, as diferentes abordagens mostram que o Teorema de Napoleão se reveste de mais significados do que o dele mesmo, na medida em que pode ser reinterpretado sob diversas formas. Desde as generalizações geométricas até as expressões algébricas e abstratas, o teorema possui alto grau de generalidade, configurando-se como um importante objeto de estudo da matemática contemporânea.

4.3 Análise comparativa das abordagens e aplicações do teorema de napoleão – parte I

As diversas maneiras de apresentá-lo permitem entender que o Teorema de Napoleão pode ser generalizado de várias formas na matemática. Nesse sentido, Jan Blažek e Petr Pech (2025) chamam a atenção para a generalização do teorema baseada em transformações geométricas e a que se baseia no uso de triângulos semelhantes, mostrando que o resultado não depende apenas de triângulos equiláteros, mas, em vez disso, de condições mais específicas, tais como simetria e proporcionalidade. No entanto, estas tendem a ser mais complexas e não apresentam, em algumas ocasiões, a afirmação do teorema em seu formato mais geral.

Em uma linha mais abstrata, Martin Stachel (2002) interpreta o teorema pelas transformações lineares em seu caráter a fim e amplia sua aplicação com vistas a estruturas mais complexas, como configurações associadas a hexágonos, porém, com maior grau de abstração. De outro modo, as abordagens analíticas, com o uso de números complexos e rotações como a proposta por Shailesh Shirali (2017), permitem demonstrações mais curtas e elegantes, pois promovem a troca de construções geométricas por manipulações algébricas. Essa interpretação ainda possibilita a relação do teorema ao Teorema de Morley, demonstrando que diferentes abordagens poderiam resultar em estruturas equiláteras a partir de configurações arbitrárias.

Complementarmente, Norbert Hungerbühler (2025) coloca em evidência a inter-relação entre este e outros resultados clássicos, como o Teorema de Varignon, indicando que o Teorema de Napoleão está incluído dentro de uma rede de relações geométricas que se baseiam na simetria e na regularidade. Por fim, Guillermo Freire (2023) fornece uma abordagem histórica, mencionando a conexão com Napoleão Bonaparte e o caminho do teorema através do tempo, mesmo sem o nivelamento matemático.

Dessa forma, estes autores em conjunto exibem que o teorema tem uma extensão, além da sua forma clássica, que foi desenvolvida por meio da percepção habitual dos conceitos geométricos a partir das estruturas algébricas ou de um ponto de vista histórico, o que é suficiente para demonstrar que o teorema ainda é relevante para a matemática atual.

Resumidamente, as distintas abordagens mostram que o Teorema de Napoleão é mais que sua forma clássica, podendo ser apresentado por caminhos das perspectivas geométricas, algébricas ou históricas. Apesar das diferenças nos procedimentos, todas confluem para a mostra da presença dos padrões de simetria e de regularidade que confirmam a importância do teorema como um dos objetos de estudos mais relevantes da geometria e da matemática contemporânea.

4.4 Análise das abordagens e aplicações do teorema de napoleão – parte II

O quadro abaixo complementa o já mencionado anteriormente e aprofunda o estudo sobre as cinco abordagens analítica, geométrica, algébrica, didática e tecnológica em relação ao Teorema de Napoleão. O subtópico retoma essa discussão, já que o entendimento do teorema é

ampliado pela articulação de múltiplas perspectivas, conforme apontado pelos autores citados.

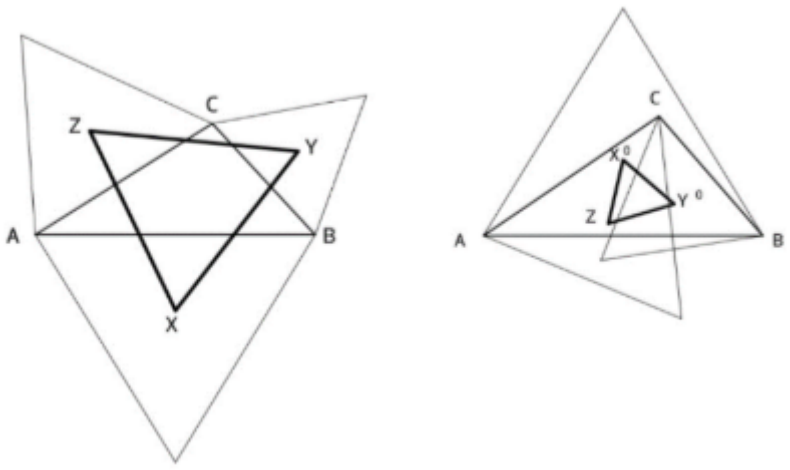
Tabela 3 – Abordagens e aplicações matemáticas do Teorema de Napoleão – Parte II

Autor / título	Tipo de abordagem	Características principais	Contribuição teórica
11 - BORTOLOSSI, H. J.; LOPES, S. M. R.; TOMEI, C.(2004) – Números complexos e geometria analítica	Analítica / geométrica	Discute o uso de exemplos, geometria analítica e números complexos na construção e validação de teoremas matemáticos	Relação entre representações geométricas e algébricas
12 - SILVA, Victoria Mazotti Rodrigues da (2022) – Uma visão dinâmica de alguns teoremas geométricos clássicos via geogebra	Didática / tecnológica	Utiliza o software GeoGebra para explorar construções geométricas de forma dinâmica e interativa	Facilita visualização e compreensão de propriedades geométricas
13 - CANTALOGO, Daiane Portes Neve (2022) - Pontos notáveis: uma abordagem através dos números complexos	Algébrica / geométrica	Estuda pontos notáveis do triângulo por meio de números complexos, articulando abordagens geométricas e analíticas	Integra álgebra e geometria
14 - ALMEIDA, Salomão Pereira de (2013) - Números complexos para o ensino médio: uma abordagem com história, conceitos básicos e aplicações	Algébrica / didática	Apresenta os números complexos integrando história, conceitos e aplicações no ensino de matemática	Base conceitual para problemas geométricos
15 - LOPES, Silvana Marini Rodrigues (2002)- Complexidade em geometria euclidiana plana	Teórica / analítica	Discute diferentes métodos e níveis de complexidade em problemas geométricos, incluindo abordagens algébricas e analíticas	Base teórica para análise de demonstrações

Fonte: Autor da pesquisa 2026

Retomando-se a análise de abordagens e aplicações do Teorema de Napoleão, deve-se notar que diferentes visões de mundo geométrica, algébrica e dinâmica podem levar a uma interpretação mais abrangente e fundamentada do resultado. Nesse sentido, Bortolossi, Lopes e Tomei (2004) discutem de maneira significativa a conexão entre a geometria e os números complexos, mostrando que conceitos algébricos podem ser utilizados não simplesmente como fundamento, mas, em certas situações, como instrumentos fundamentais na construção e demonstração de propriedades geométricas.

Figura 8 – Construção dos triângulos externos e internos de Napoleão a partir de um triângulo ABC.



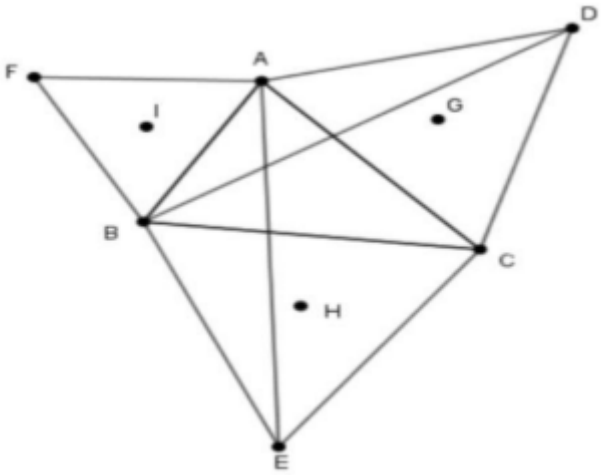
Fonte: Bortolossi, Lopes e Tomei (2004)

Essa articulação teórica se materializa de forma clara na configuração apresentada na

Figura 8, encontra-se a formação do Teorema de Napoleão a partir de um triângulo ABC, do qual se formam triângulos equiláteros, do lado de fora e do lado de dentro, cujos baricentros X, Y e Z formam novos triângulos equiláteros. Esta configuração é verdadeiramente geométrica, contudo, pode ser descrita com números complexos, em que as rotações de 60 e as combinações algébricas mostram como se pode encontrar esses pontos, reduzindo os argumentos e tornando sua prova mais sistemática.

Essa possibilidade de transitar entre a descrição geométrica e a formalização algébrica se articula, também, com as propostas que valorizam a visualização da aprendizagem. Nessa linha, Silva (2022) apresenta o software GeoGebra como parte do grupo das ferramentas dinâmicas que permitem, por meio da visualização e da manipulação, a visualização e a construção de figuras geométricas, favorecendo o ensino para a compreensão do conceito de entrega em matemática.

Figura 9 – Triângulos equiláteros ABF, ACD e BCE, construídos sobre os lados do triângulo ABC.



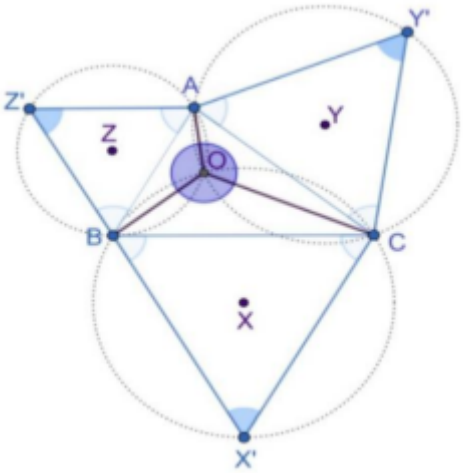
Fonte: Silva (2022),

Nesse sentido, a figura exemplifica essa proposta, mostrando a construção do Teorema de Napoleão a partir de um triângulo ABC, para o qual são construídos triângulos equiláteros sobre seus lados (ABF, ACD e BCE). A partir desses triângulos, determinam-se os baricentros G, H e I, que, ao serem unidos, formam o triângulo GHI, também equilátero. De forma que o GeoGebra possibilita manipular os vértices do triângulo inicial e observar que esta propriedade continua válida, em tempo real, permitindo efeito visual que reforça a validade do teorema, facilitando a sua compreensão.

Essa possibilidade de articular visualização dinâmica e formalização matemática dialoga com a proposta de Cantalogo (2022), que propõe um estudo que se concentra em pontos notáveis do triângulo por meio de números complexos, ligando abordagens geométricas e algébricas. Sua contribuição avança na compreensão da geometria plana, ao reunir diferentes modos de apresentação da matemática.

Essa integração teórica se evidencia na Figura 10, observa-se um triângulo ABC com triângulos equiláteros construídos externamente sobre seus lados, cujos centros são representados pelos pontos X, Y e Z. Os pontos ′X′, ′Y' e ′Z' indicam vértices dessas construções, enquanto o ponto O aparece como um ponto central associado às relações geométricas da figura, ligado às circunferências traçadas e às mediatrizes dos segmentos. A construção evidencia que, a partir dessas relações, os segmentos que ligam X, Y e Z formam um triângulo equilátero, resultado do Teorema de Napoleão. Essa conclusão é obtida pela análise de ângulos (como $2\pi/3$) e perpendicularidades, além de propriedades de circunferência e mediatriz (Cantalogo, 2022).

Figura 10 – Preliminares da geometria plana. Teorema de Napoleão.

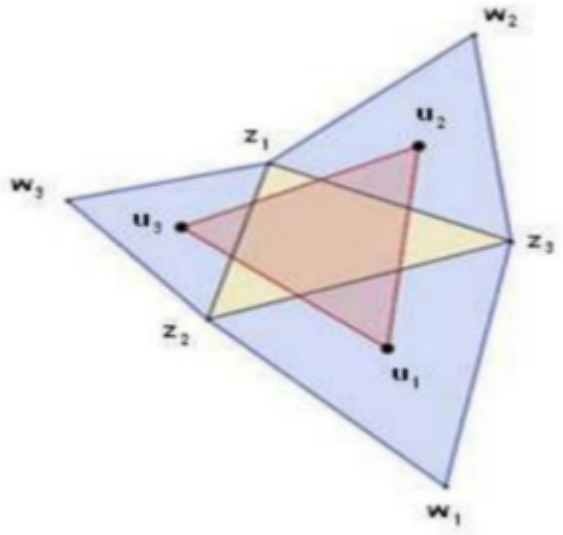


Fonte: Cantalogo (2022).

Estes pontos X, Y e Z podem ser concebidos como pontos notáveis cuja localização pode ser caracterizada tanto geometricamente quanto por números complexos. Dessa maneira, a figura estabelece como uma construção aparentemente visual pode receber formalização via relações algébricas, afirmando a integração entre diferentes representações matemáticas, que proporciona uma melhor organização e entendimento geral do teorema (Cantalogo, 2022).

Essa articulação entre o geométrico e o algébrico encontra respaldo na proposta de Almeida (2013) que apresenta uma proposta didática que articula a história e os conceitos dos números complexos como forma de tornar mais acessível a compreensão de propriedades geométricas mais profundas. A imagem em questão exemplifica essa perspectiva ao empregar o plano complexo na demonstração do Teorema de Napoleão. Nesse contexto, ao se construírem triângulos equiláteros sobre os lados de um triângulo qualquer, obtém-se um novo triângulo equilátero formado pela conexão de seus baricentros.

Figura 11 – Representação do Teorema de Napoleão

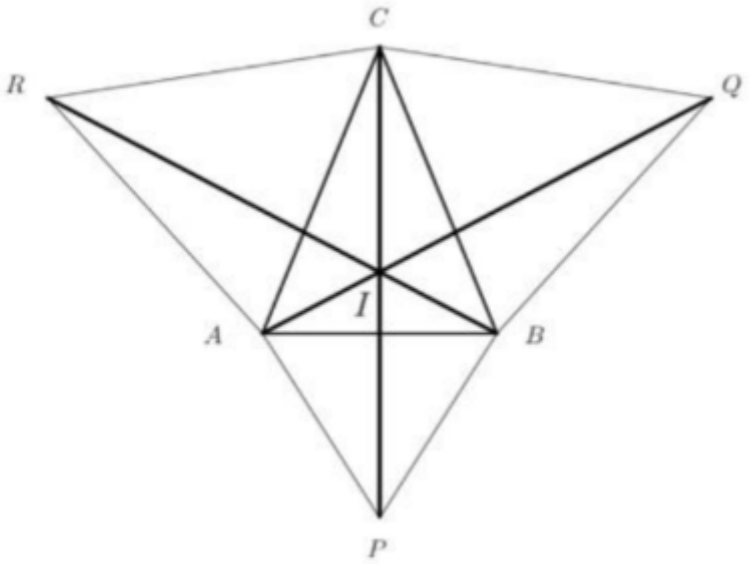


Fonte: Almeida (2013).

Essa mesma perspectiva se explicita na Figura 11, a demonstração é realizada por meio de ω, raiz cúbica da unidade, que dá um operador de rotação de 120°. Ao expressar as posições dos vértices e dos baricentros em termos de números complexos, o problema não é mais orientado apenas pelas construções geométricas, mas é conduzido no segmento algébrico. A imagem ilustra esse processo ao mostrar que a soma vetorial das posições dos baricentros é nula, o que demonstra a simetria do triângulo resultante. Portanto, a proposta teórica de Almeida se realiza pela transformação de conceitos abstratos em um quadro conceitual que conduz à simplicidade na manipulação, facilitando na análise e solução de problemas em geometria plana.

É nesse ponto que se insere a abordagem de Lopes (2002), ao discorrer sobre o que é a complexidade em geometria, considerando notavelmente os vários métodos que apresentam a resolução e a análise dos problemas geométricos. Esse viés contribuirá para apreender a estrutura das demonstrações matemáticas, salientando questões que dizem respeito à eficiência e à ordenação dos métodos utilizados na geometria, uma vez que a imagem apresentada, é, sem dúvida, uma das claras oportunidades dessa busca pela eficiência, utilizando a potência da álgebra linear e da análise polinomial para validar propriedades geométricas intrincadas como as do Triângulo de Napoleão.

Figura 12 – Outras propriedades do triângulo de Napoleão: isósceles.



Fonte: Lopes (2002)

A demonstração da figura lança mão de uma estratégia de "redução de complexidade". Em vez de realizar uma prova geométrica puramente sintética, longa e exaustiva, o texto sugere o uso de matrizes e determinantes. Ao organizar os dados do problema numa matriz a cujas colunas correspondem funções afins das coordenadas dos pontos, os matemáticos são capazes de transformar a verificação de uma propriedade geométrica através da verificação de um polinômio p (x,y). A "eficiência e organização" enunciadas na sua introdução surgem aqui: se for provado que esse polinômio é nulo para casos particulares escolhidos de forma estratégica, a propriedade é válida para todos os casos de existência no plano (Lopes, 2002). A Figura 12 retrata, de fato, um desses "casos particulares" um triângulo dado, ABC, é isóscele. Nessa configuração simétrica, a verificação da propriedade torna-se trivial, constituindo uma base para a demonstração mais geral. Essa é a opção que demonstra como a escolha de um método ordenado que transita entre a geometria plana e o cálculo polinomial, torna possível estruturar demonstrações que são, ao mesmo tempo, rigorosas e elegantes, as quais facilitam a visualização da estrutura lógica de teoremas que, a princípio, poderiam parecer extremamente difíceis de provar por métodos convencionais.

Dessa forma, pode-se observar que o conjunto dessas abordagens tornam claro que o Teorema de Napoleão não se reduz a uma única via de entendimento ou de demonstração, mas se firma, na verdade, na interação de visões diferentes da matemática. Seja através da construção geométrica clássica, da formalização algébrica baseada em números complexos, seja ainda pela visualização dinâmica realizada através de ferramentas tecnológicas, o teorema revela a sua riqueza, tanto do ponto de vista conceitual quanto do didático.

4.5 Análise comparativa das abordagens e aplicações do teorema de napoleão – parte II

Quando realiza-se uma comparação entre estes autores, observa-se que, embora todos os autores caminhem juntos no empenho em valorizar o Teorema de Napoleão, as abordagens são diferentes, tanto no que tange ao foco como ao objetivo. Bortolossi, Lopes e Tomei (2004) e

Cantalogo (2022) se aproximam na ênfase à vinculação da geometria aos números complexos, no entanto, destacam o uso dos números complexos enquanto ferramenta demonstrativa, enquanto Cantalogo amplia esta visão acerca da aproximação para incluir o estudo dos pontos notáveis, aperfeiçoando, assim, o sentido da interpretação geométrica.

Por outro lado, Almeida (2013) sustenta-se na mesma base algébrica, mas pelo viés da didática, voltando-se para o acesso aos conceitos via o caminho da vinculação entre a história, a teoria e a aplicação, a exemplo de Lopes (2002), que se inclina para a prática de uma abordagem mais de teoria e de análise, voltada para a eficiência e estrutura das demonstrações matemáticas. Diferentemente destes autores, Silva (2022) interage nos seus trabalhos com uma outra pegada metodológica, ao incluir tecnologias digitais, apropriando-se da visualização dinâmica e da experimentação enquanto caminhos para a compreensão do teorema.

Desse modo, o conjunto das contribuições revela não somente diferenças metodológicas, mas também complementaridades entre a formalização algébrica, a intuição geométrica, o rigor teórico e a visualização dinâmica, podendo, portanto, oferecer uma compreensão mais ampla, mais integrada e mais significativa do teorema de Napoleão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Assim, conclui-se que o Teorema de Napoleão é um tema de relevância na geometria plana, não apenas pela sua aparência de elegância, simplicidade, mas também pela profundidade conceitual implícita nas diferentes maneiras de demonstrá-lo e de interpretá-lo. Ao longo deste trabalho, notou-se que a origem do teorema permanece obscura, e a identificação com Napoleão Bonaparte é mais uma construção da cultura do que um efetivo suporte documental, embora este fato não diminua sua importância matemática.

A análise das diversas vias demonstrativas permitiu perceber que o teorema vai além da geometria clássica a partir da possibilidade de ser estudado sob diferentes óticas, ou seja, a geométrica, a algébrica, a analítica e a tecnológica. A contribuição de cada uma delas é, por sua vez, ímpar: se a geometria fornece intuição e visualização, os números complexos garantem maior rigor e concisão dos demonstrativos, as ferramentas dinâmicas viabilizam a ampliação do alcance de ensino e de visualização.

Ainda, a análise comparativa dos autores possibilitou reconhecer que, apesar da diferença de métodos, existe uma forte complementaridade entre as propostas, corroborando a afirmação de que o conhecimento matemático é realizado de maneira integrada. O Teorema de Napoleão, a esse respeito, se mostra não só como um resultado isolado, mas como um elemento de uma malha maior de relações geométricas, integrando-se aos outros teoremas e proporcionando generalizações.

Por fim, conclui-se que a proposta de pesquisa contribui para uma visão mais coerente e holística do teorema, corroborando a questão norteadora ao mostrar como o mesmo foi

encontrado, como foi lido e como foi provado no decorrer da história. Assim, espera-se que a proposta de pesquisa possa contribuir para a valorização do Teorema de Napoleão em nível acadêmico e para a atuação nas aulas de matemática, salienta sua importância para a constituição do pensamento geométrico e para as múltiplas linguagens da matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Salomão Pereira de. **Números complexos para o ensino médio: uma abordagem com história, conceitos básicos e aplicações**. 2013. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2013. Orientador: Diogo Diniz Pereira da Silva e Silva. Disponível em: https://dspace.sti.ufcg.edu.br/handle/riufcg/2221 . Acesso em: 25 abr. 2026.

BLAŽEK, J.; PECH, P**.** Generalization of Napoleon–Barlotti Theorem. **Geometry**, v. 2, p. 13, 2025. Disponível em: https://doi.org/10.3390/geometry2030013. Acesso em: 7 abr. 2026.

BLAŽEK, J.; PECH, P. Generalization of Napoleon's Theorem: Similar triangles. 2025. Disponível em: https://pt.scribd.com/document/818882328/Mr-5-2024-Generalization-of Napoleans-Theorem. Acesso em: 7 abr. 2026.

BORTOLOSSI, Humberto José; LOPES, Silvana Marini Rodrigues; TOMEI, Carlos. Números complexos e geometria analítica: quantos exemplos bastam para provar um teorema? In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Pernambuco. Anais... Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/03/MC82723800997.pdf. Acesso em: 29 out. 2024.

CANTALOGO, Daiane Portes Neves. **Pontos notáveis: uma abordagem através dos números complexos**. 2022. 125 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) — Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2022. DOI: http://doi.org/10.14393/ufu.di.2022.88

CHOU, S.-C., GAO X.-S., ZHANG, J.-Z. **Machine Proofs in Geometry: Automated Production of Readable Proofs for Geometry Theorems**. World Scientific Publishing, 1998.

FREIRE, Noelia. El Teorema de Napoleón, o cómo el emperador francés influyó en las matemáticas. **National Geographic España**, 2023. Disponível em: https://www.nationalgeographic.com.es/ciencia/teorema-napoleon-influencia matematicas_21147 . Acesso em: 7 abr. 2026.

FREITAS, Vinícius Paulo de. **Alguns teoremas clássicos da geometria sintética e aplicações**. 2013. 71 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Instituto de Ciências Exatas, Manaus, 2013. Disponível em: https://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/4780/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Vin%C3%ADcius%20Paulo%20de%20Freitas.pdf. Acesso em: 24 abr. 2026.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GONZAGA, Gean Carlos Sousa. **Teorema de Napoleão: origem, demonstrações e aplicações**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística, Goiânia, 2015. Disponível em: https://repositorio.bc.ufg.br/tedeserver/api/core/bitstreams/a1dc3698-51f0-4d98-83bf-5f7d1add8c6a/content. Acesso em: 24 abr. 2026.

GRÜNBAUM, Branko. **Is Napoleon's Theorem Really Napoleon's Theorem?** The American Mathematical Monthly, v. 119, n. 6, p. 495, 2012.

HAHN, L. S. **Complex Numbers & Geomet*ry***. Spectrum Series, MAA, 1994

HANDWIKI. **Napoleon's theorem**. Entry Collection: HandWiki. Atualizado em: 24 out. 2022. Disponível em: https://handwiki.org/wiki/Napoleon%27s_theorem. Acesso em: 24 abr. 2026.

HUNGERBÜHLER, Norbert. When Varignon meets Napoleon. **Journal of Geometry**, v. 116, p. 1–14, 2025. Disponível em: https://doi.org/10.1007/s00022-025-00746-9 . Acesso em: 7 abr. 2026.

JACOMELI, José Augusto da Costa; SOUZA, Fernando Pereira ; OPAZA, Eugenia Brunilda. Fractais: uma aplicação do Teorema de Napoleão. Revista da Unoeste, v. 11, n. 1, 2019. Disponível em: https://journal.unoeste.br/index.php/ce/article/view/3257/2874. Acesso em: 05 out. 2024.

LEVY, S. The geometry of Napoleon's theorem. **Mathematics Magazine**, v. 82, n. 2, p. 135- 144, 2009.

LIENHARD, John. **Napoleon's Theorem**. Houston Public Media: *The Engines of Our Ingenuity*, episódio 2550, 15 jan. 2026. Disponível em: https://engines.egr.uh.edu/episode/2550. Acesso em: 24 abr. 2026.

LOPES, Silvana Marini Rodrigues. **Complexidade em geometria euclidiana plana**. 2002. Dissertação (Mestrado em Matemática) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: https://www.im-uff.mat.br/puc rio/complexidade/complexidade-em-geometria.pdf. Acesso em: 25 abr. 2026.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 31. ed. Petrópolis: Vozes, 2012.

NI, Feng Yi; XING, Xu Ming; QI, Wang Jing; YANG, Wu Wen**. Napoleon's Theorem 'Addict'.** Projeto apresentado no *Singapore Mathematical Project Festival*. Paya Lebar Methodist Girls' School (Secondary), 2013. Disponível em: https://www.plmgss.moe.edu.sg/files/2013%20SMPF%20- %20Napolean%20Theorem%20Addict.pdf. Acesso em: 24 out. 2024.

PECH, P. **The Harmonic Analysis of Polygons and Napoleon's Theorem**. Journal of Geometry and Graphics, vol. 5, no. 1, pp. 13-22, 2001.

RIGBY, J. F. **Napoleon Revisited**. Journal of Geometry, vol. 33, pp. 129-146, 1988 ROBERTS,

Andrew. *Napoleon:* **A Life**. New York: Penguin Books, 2014.

RODRÍGUEZ, Margarita. **O problema matemático que intrigava Napoleão e que se aplica em IA e no carreto da sua mudança**. BBC News Mundo. Terra, 1 jan. 2024, 16h26. Disponível em: https://www.terra.com.br/byte/ciencia/o-problema-matematico-que-intrigava napoleao-e-que-se-aplica-em-ia-e-no-carreto-da-sua mudanca,f5512fc3f93f86067a963a45dd91ac3bvx17iui9.html. Acesso em: 24 abr. 2026.

SHIRALI, Shailesh. Complex … NAPOLEON'S THEOREM … Made Simple. **At Right Angles**, vol. 6, n. 3, nov. 2017. Disponível em: https://mathwo.github.io/assets/files/maccool.pdf. Acesso em: 15 out. 2024.

SHIRALI, Shailesh. Complex Napoleon's theorem made simple – part 2. **At Right Angles**, v. 6, n. 3, p. 28–30, 2017.

SILVA, Victoria Mazotti Rodrigues da. **Uma visão dinâmica de alguns teoremas geométricos clássicos via GeoGebra**. 2022. Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2022. Disponível em: https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/29513/1/visaodinamicateoremasgeogebra.pdf .

Acesso em: 24 abr. 2026.

SMITH, J. Napoleon's theorem revisited. **Mathematical Journal**, v. 42, n. 3, p. 215-220, 2010.

STACHEL, Hellmuth. Napoleon’s Theorem and Generalizations Through Linear Maps. **Beiträge zur Algebra und Geometrie / Contributions to Algebra and Geometry**, v. 43, n. 2, p. 433–444, 2002.

YAGLOM, I. M. **Geometric Transformations** *I*. New Mathematical Library, MAA, 1973.